Analisi Matematica 1 - Ing. Elettronica e Informatica

nome e cognome:	matricola:

Da consegnare martedì o mercoledì. Testo scritto (non per mail).

Prima di svolgere gli esercizi leggi con attenzione il testo. Scrivi le tue risposte motivando ogni passaggio e spiegando in modo chiaro e leggibile i passaggi che esegui. Ricorda di scrivere il tuo nome e numero di matricola su ogni foglio (compreso questo) e di riconsegnare al termine dell'esame tutti i fogli che hai usato (compresi i fogli di brutta copia, il testo del compito e l'eventuale foglio manoscritto con le formule che hai preparato).

1. Determina (se esistono) il massimo, minimo, l'estremo superiore e l'estremo inferiore del seguente sottoinsieme di $\mathbb{R}$: $A=\left\{x\in\mathbb{R}: x=(-1)^n\cos\frac{1}{n}, n=1,2,...\right\}$

2. Risolvi in $\mathbb{C}$ l'equazione $\left(\frac{z+1}{2z+i}\right)^4=1$, scrivi le soluzioni in forma algebrica e rappresentale nel piano di Gauss

3. Rappresenta nel piano di Gauss i seguenti insiemi:

$$A=\left\{z\in\mathbb{C}:|z|^2-5|z|+4\le 0; 0\le\arg(z)\le\frac{\pi}{4}\right\}$$

$$B=\left\{\omega\in\mathbb{C}:\omega=z^2, z\in A\right\}$$

$$C=\left\{v\in\mathbb{C}:v=\sqrt[4]{z}, z\in A\right\}$$

$$D=\left\{u\in\mathbb{C}:u=z\cdot i, z\in A\right\}$$

4. Dopo avere rappresentato la curva di equazione $y=2e^{-|x|}-1$ calcola l'area della regione finita di piano delimitata dal grafico della curva, dall'asse delle ascisse con $-1\le x\le +1$

5. Calcola il seguente limite: $\lim_{x\to 0}\left[x^2\log\left(\cos\frac{2x+1}{1-x^2}\right)\right]$

6. Sia $f(x)=3x+e^{-x}\sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)$. Prova che f è invertibile per $x\ge 0$. Detta g la funzione inversa di f per $x\ge 0$, calcola $g'\left(3+\frac{1}{e}\right)$

7. Studia la convergenza delle serie:

$$\sum_{n=1}^{\infty}e^{\sin n}\left(\sin\frac{1}{n}+\sin\frac{1}{e^n}\right)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2\cos(n\pi)}{3n^2-5n^3}$$

8. Stabilisci la convergenza o meno del seguenti integrali generalizzati, giustificando le tue conclusioni:

$$\int_1^{+\infty} \sqrt{x}\left[\log\left(1+x^2\right)-2\log x\right]dx$$

9. Stabilisci per quale valore del parametro $\alpha > 0$ l'integrale generalizzato $\int_0^{+\infty} \frac{e^{-\frac{1}{x}}}{x^\alpha\left(1+x\alpha\right)}dx$ converge

10. Data la funzione $f\left(x\right)=e^{2x}-1-\log\left(1+2x\right)-4x^2$ determinane lo sviluppo di McLaurin arrestato all'ordine 3 e stabilisci di che natura è il punto $x_0=0$ (massimo, minimo relativo, flesso .....).