

1. Calcola i seguenti limiti:

- a.  $\lim_{n \rightarrow \infty} n^{\frac{1}{\log_a(n+1)}}$ , con  $a > 1$
- b.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \log_2(n+1) - \log_2 \sqrt{n^2 + 3} \right]$
- c.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n + \log(n^2) - 2^n}{(\log n)^3 + n^2}$
- d.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[ n \left( \sqrt{n^2 + 1} - n \right) \right]$
- e.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 \sin(n) + \sin(n^2)}{n^2 + 1}$
- f.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n+2}{n-1} \right)^{2n}$
- g.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n^2 + n - 1}{n^2 - 3n + 4} \right)^n$
- h.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \log(n + 2^n) \cdot \frac{n^n}{(n+1)^{n+1}} \right]$
- i.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \frac{1}{3 + \sin(2n)} \right]^n$

2. Rappresenta:

$$y = \arcsin(|x| + 1)$$

$$y = \log e^x \text{ e deduci il grafico di } y = \log e^{x-2}$$

$$y = e^{\log x} \text{ e deduci il grafico di } y = e^{\log(x-2)}$$

3. I seguenti esercizi sono stati assegnati in sessione di esame

- Calcola il valore  $[S]$ , parte intera della somma  $S := \sum_{n=1}^{100} a_n$  dove la successione  $\{a_n\}$  è definita da

$$a_n := (n+2)^3 - (n-1)^3 + \frac{n}{5} + \frac{1}{2^n}.$$

- Calcola il  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n+1}{n+2} \right)^{n^p}$

*Suggerimento: considera prima i casi  $p = 0$  e  $p = 1$ ; osserva anche che  $\frac{n+1}{n+2} = 1 - \frac{1}{n+2}$*

- Determina quante sono le soluzioni reali dell'equazione  $\sin(\pi x) = \frac{4x-1}{7}$ .

*Suggerimento: prova ad utilizzare il metodo grafico.*

- Porta i seguenti esempi:
  - a. un esempio di successione limitata ma non convergente ad un limite finito
  - b. un esempio di successione monotona ma non convergente ad un limite finito
  - c. un esempio di successione convergente ad un limite finito ma non monotona
  - d. spiega perché ogni successione monotona e limitata è convergente ad un limite finito.

- La successione  $\{a_n\}$  è definita da

$$a_n := \log(n+1) - \log(n)$$

e sia  $E = \{a_n : n > 0\}$  l'insieme dei suoi valori.

- a. Stabilisci se la successione è monotona
- b. Verifica se la successione è infinitesima
- c. Determina l'estremo superiore e l'estremo inferiore di  $E$
- d. Determina, se esistono, il massimo e il minimo di  $E$

- Considera la funzione  $f(x) = \left| \arctan\left(\frac{x}{2} - 9\right) - \frac{\pi}{4} \right|$

- a. Determina per quali valori di  $x$  si ha  $f(x) = 0$
- b. Disegna il grafico di  $f$  partendo dal grafico della funzione arcotangente tramite composizione con trasformazioni elementari.
- c. Deduci le equazioni degli asintoti orizzontali di  $f$  per  $x \rightarrow \pm\infty$