

1. Studia la convergenza delle serie:  $\sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{\sin(nx)}{3n^3 + 5n} + \frac{\cos(nx)}{n^4 + 7} \right]$
2. Calcola il seguente limite:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} + 2 \cos x - 3}{x(\sin x)^3}$
3. Rappresenta il grafico della funzione  $f(x) = \frac{e^{-x}}{e^{-x} + 2}$  e determina l'equazione della retta tangente nel suo punto di flesso.
4. Risolvi nel campo dei numeri complessi l'equazione  $z^5 + iz^2 = 0$ ,  $z \in \mathbb{C}$  e rappresenta le soluzioni trovate.
5. Calcola il seguente integrale:  $\int_0^{+\infty} x^3 e^{1-x^2} dx$ .
6. Sia  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione che presenta le seguenti caratteristiche: la sua derivata seconda è:  $f''(x) = \sin(3x) + 1$ , la tangente al grafico di  $f$  nel suo punto di ascissa  $\frac{\pi}{3}$  è parallelo alla retta  $(\pi + 1)x - 3y = 0$  e il grafico di  $f$  passa per l'origine. Determina l'espressione analitica di  $f$ .
7. Spiega perché la funzione  $f(x) = x \cdot (\log x)^2$  è invertibile in  $(1, +\infty)$ . In questo intervallo di invertibilità indica con  $g$  la funzione inversa. Calcola  $g'(4e^2)$ .
8. Considera la funzione  $f(x) = \int_0^{2x} \cos(t^2) dt$  e calcola  $f'(x)$ . Utilizza questo risultato per calcolare il

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x - f(x)}{x^5}.$$