Prova Scritta

Esercizio n°1

In una stazione meteo posta alla quota *z*= 5 m s.l.m. è misurata una temperatura dell'aria di 15°C, e una umidità relativa del 35%. Sapendo che la pressione atmosferica è pari a 101.3 kPa, calcolare la pressione di vapore, l'umidità specifica e la densità dell'aria.

Esercizio n°2

Dimostrare che la portata al picco dell'idrogramma unitario di Nash cosituito da *n* serbatoi ciascuno avente costante *k* è:

$$u(t)_{\max} = \frac{1}{k\Gamma(n)} e^{1-n} (n-1)^{n-1}$$

Esercizio n°3

Un serbatoio al servizio di un piccolo comprensorio irriguo si è quasi svuotato a seguito di un lungo periodo di siccità. Sapendo che nella zona in cui è localizzato il serbatoio il tempo medio che intercorre tra due eventi di precipitazione consecutivi è di 5 giorni, calcolare la probabilità che non piova nei prossimi 5, 10 e 15 giorni.

Si utilizzi una distribuzione esponenziale.

Esercizio n°1

In una stazione meteo posta alla quota z= 5 m s.l.m. è misurata una temperatura dell'aria di 15°C, e una umidità relativa del 35%. Sapendo che la pressione atmosferica è pari a 101.3 kPa, calcolare la pressione di vapore, l'umidità specifica e la densità dell'aria.

Soluzione

La pressione di vapor saturo a T =15 °C è:

$$e_s = 611\exp\left(\frac{17.27 \cdot T}{237.3+T}\right) = 611\exp\left(\frac{17.27 \cdot 15}{237.3+15}\right) = 1706\ Pa$$

Essendo l'umidità relativa R_h=35%, la pressione di vapore è:

$$e = e_s \cdot R_h = 1706 \cdot 0.35 = 597\ Pa$$

L'umidità specifica è:

$$q_v = 0.622\frac{e}{P} = 0.622\frac{597}{101300} = 0.0037$$

La costante del gas per l'aria R_a è:

R_a=287(1+0.608 q_v)= 287(1+0.608 ·0.0037)= 287.6 J/Kg°K

La densità dell'aria è data dalla legge dei gas ideali:

$$\rho_a = \frac{P}{R_a T} = \frac{101300}{287.6 \cdot 288} = 1.22\ kg/m^3$$

Esercizio n°2

Dimostrare che la portata al picco dell'idrogramma unitario di Nash cosituito da *n* serbatoi ciascuno avente costante *k* è:

$$u(t)_{\max} = \frac{1}{k\Gamma(n)} e^{1-n} (n-1)^{n-1}$$

Soluzione

La risposta al generico istante *t* è:

$$u(t) = \frac{1}{k\Gamma(n)} \left(\frac{t}{k}\right)^{n-1} e^{-\frac{t}{k}}$$

Questa è una funzione derivabile e la portata al picco dovrebbe soddisfare la condizione:

$$\frac{\mathrm{d}u(t)}{\mathrm{d}t} = 0$$

ovvero

$$\frac{\mathrm{d}u(t)}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{k\Gamma(n)k^{n-1}} \left[(n-1)t^{n-2} e^{-\frac{t}{k}} - t^{n-1} \frac{1}{k} e^{-\frac{t}{k}} \right] = \frac{1}{k^n \Gamma(n)} \left(t^{n-2} e^{-\frac{t}{k}} \right) (n-1-\frac{t}{k}) = 0$$

Quindi deve essere:

$$n-1-\frac{t}{k} = 0$$

ed il picco si ha all'istante:

$$t = k(n-1)$$

Per cui la portata massima è:

$$u(t)_{\max} = u(k(n-1)) = \frac{1}{k\Gamma(n)} \left(\frac{k(n-1)}{k} \right)^{n-1} e^{-\frac{k(n-1)}{k}} = \frac{1}{k\Gamma(n)} e^{1-n} (n-1)^{n-1}$$

Esercizio n°3

Un serbatoio al servizio di un piccolo comprensorio irriguo si è quasi svuotato a seguito di un lungo periodo di siccità. Sapendo che nella zona in cui è localizzato il serbatoio il tempo medio che intercorre tra due eventi di precipitazione consecutivi è di 5 giorni, calcolare la probabilità che non piova nei prossimi 5, 10 e 15 giorni.
Si utilizzi una distribuzione esponenziale.

Soluzione

Utilizzando la distribuzione esponenziale $\lambda = 1/\overline{t} = 1/5 = 0.2 die^{-1}$ e la distribuzione di probabilità è data da:

$P(T \leq t) = F_T(t) = 1 - e^{-\lambda t}$

La probabilità che non piova per *t* giorni è:

$P(T > t) = 1 - F_T(t) = e^{-\lambda t} = e^{-0.2t}$

Quindi si ha

a) *t*=5 giorni $P(T > 5) = e^{-0.2 \cdot 5} = 0.37$

b) *t*=10 giorni $P(T > 10) = e^{-0.2 \cdot 10} = 0.14$

c) *t*=15 giorni $P(T > 15) = e^{-0.2 \cdot 15} = 0.05$