



Nome		Note del candidato
Cognome		
Matricola		
Prova orale: <i>E' necessario iscriversi in rete</i>		

Es. 1

Un setto impermeabile verticale piano separa due serbatoi contenenti acqua, nei quali il livello è differente. Nel setto è praticata un'apertura circolare di raggio R , chiusa da una sfera anch'essa di raggio R . La sfera risulta pertanto divisa dal setto verticale in due semisfere, bagnate da acqua in quiete. La superficie libera a sinistra del setto si trova alla stessa quota del centro della sfera, mentre a destra del setto la superficie libera è tangente alla sfera. In Figura 1 sono rappresentati il piano verticale diametrale perpendicolare al setto ed il piano del setto.

Si richiede di determinare modulo, direzione, verso e retta d'azione delle azioni idrostatiche sulla superficie sferica.

Dati numerici:

$$R = 1.5 \text{ m}$$

Es. 2

Un serbatoio stagno contiene aria, a pressione relativa costante p_0 **incognita**, ed acqua. Esso alimenta, in condizioni di moto permanente, una condotta orizzontale di diametro D_1 , il cui asse si trova ad una distanza verticale a dalla superficie di separazione acqua/aria all'interno del serbatoio. La condotta presenta un raccordo ben sagomato con una condotta, in asse con la precedente, di diametro D_2 , sulla quale a sua volta è innestato un ugello terminale ben sagomato, di diametro d , flangiato alla condotta di diametro D_2 . In corrispondenza del primo restringimento di sezione è innestato un piezometro differenziale a mercurio, che fornisce una lettura (differenza di livello per il mercurio) pari a δ . Si richiede di determinare:

- la portata uscente dal serbatoio;
- il valore che deve avere p_0 per ottenere tale portata;
- la spinta dinamica sull'ugello flangiato, trascurando il peso proprio del liquido contenuto;
- la lettura δ' che avremmo al manometro raddoppiando (rispetto al valore precedentemente trovato) la pressione dell'aria nel serbatoio.

Utilizzare nei calcoli un peso specifico relativo mercurio/acqua $\gamma_m/\gamma = 13.56$.

Dati numerici:

$$a = 2.5 \text{ m}; \quad D_1 = 125 \text{ mm}; \quad D_2 = 80 \text{ mm}; \quad d = 45 \text{ mm}; \quad \delta = 30 \text{ mm}$$

Es. 3

Un serbatoio A alimenta per gravità due serbatoi B e C, mediante una rete costituita da ulteriori cinque nodi interni (J, K, L, M, N), ed otto rami. Le quote delle superfici libere dei serbatoi, z_A, z_B, z_C , sono note. Le caratteristiche di tutte le condotte (L_k, D_k, ε_k), $k = 1, 2, \dots, 8$, sono note. Le portate erogate dai nodi (K, L, M, N) $Q_K=Q_L$ e $Q_M=Q_N$ sono anch'esse note.

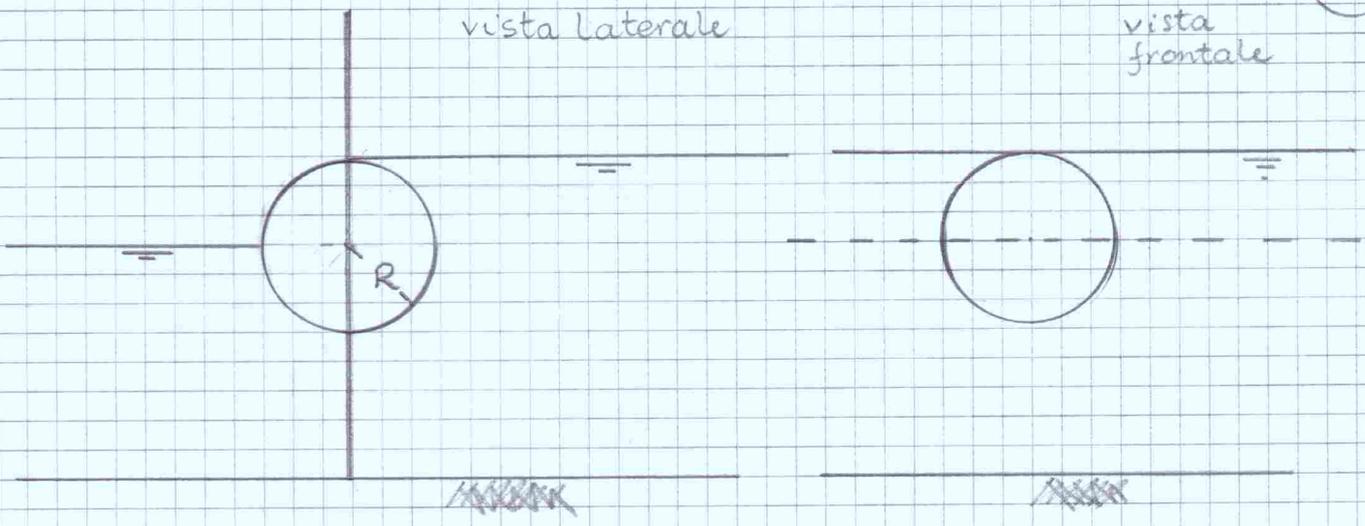
Si richiede di determinare le portate in ciascun ramo della rete. Considerare valide le ipotesi tipiche per le reti di lunghe condotte e ipotizzare moto assolutamente turbolento di parete scabra ovunque.

Dati numerici:

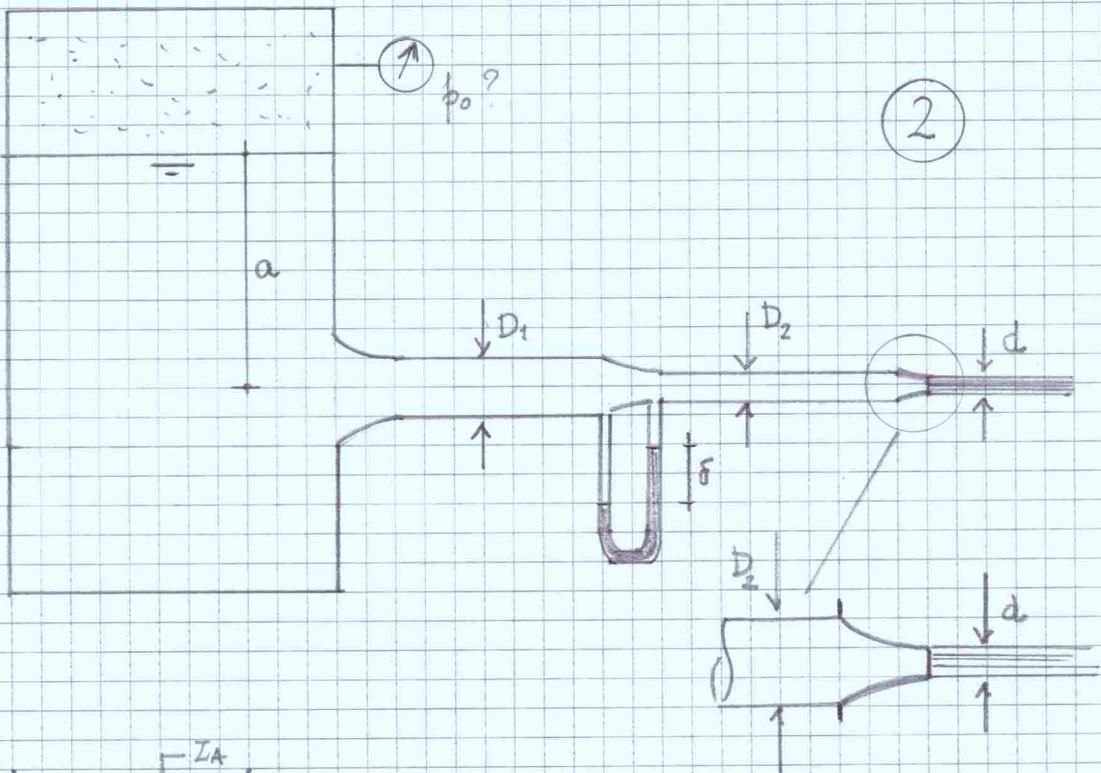
$$L_{1,2,\dots,8} = [4 \quad 7 \quad 7 \quad 4 \quad 4 \quad 12 \quad 4.2 \quad 4.2] \text{ km};$$
$$D_{1,2,\dots,8} = [150 \quad 125 \quad 125 \quad 100 \quad 100 \quad 80 \quad 80 \quad 80] \text{ mm};$$
$$\varepsilon_k = 0.38 \text{ mm} \quad \forall k; \quad z_A = 650 \text{ m}; \quad z_B = z_C = 400 \text{ m};$$
$$Q_K = Q_L = 5 \text{ l/s}; \quad ; \quad Q_M = Q_N = 2 \text{ l/s}$$

vista laterale

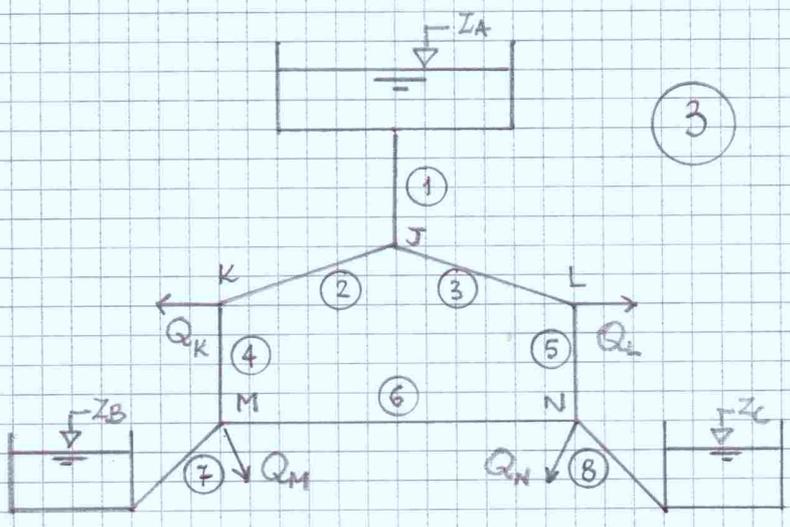
vista frontale

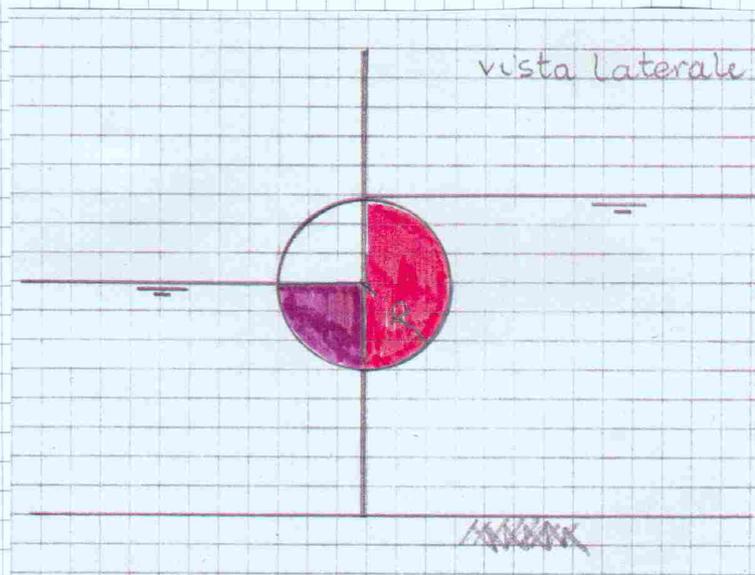


2



3



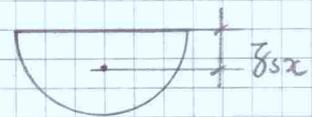


La retta d'azione della risultante passa per il centro della sfera. Inoltre, giace nel piano verticale diametrale perpendicolare al setto (piano xz)

Sinistra

$$(\rightarrow) F_{sx} = \gamma \bar{\delta}_{sx} \Omega_{sx} = 22.1 \text{ kN}$$

$\downarrow \frac{4}{3}\pi R$ $\downarrow \frac{\pi R^2}{2}$



$$(\uparrow) F_{sz} = \gamma V_s = \gamma \left(\frac{\pi R^3}{3} \right) = 34.7 \text{ kN}$$

↳ volume di $\frac{1}{4}$ di sfera

Destra

$$(\leftarrow) F_{dx} = \gamma \bar{\delta}_{dx} \Omega_{dx} = 104 \text{ kN}$$

$\downarrow R$ $\downarrow \pi R^2$

$$(\uparrow) F_{dz} = \gamma V_d = \gamma \left(\frac{2\pi R^3}{3} \right) = 69.3 \text{ kN}$$

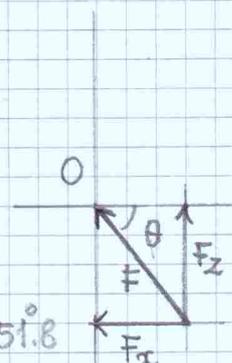
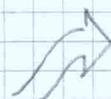
↳ volume di $\frac{1}{2}$ sfera

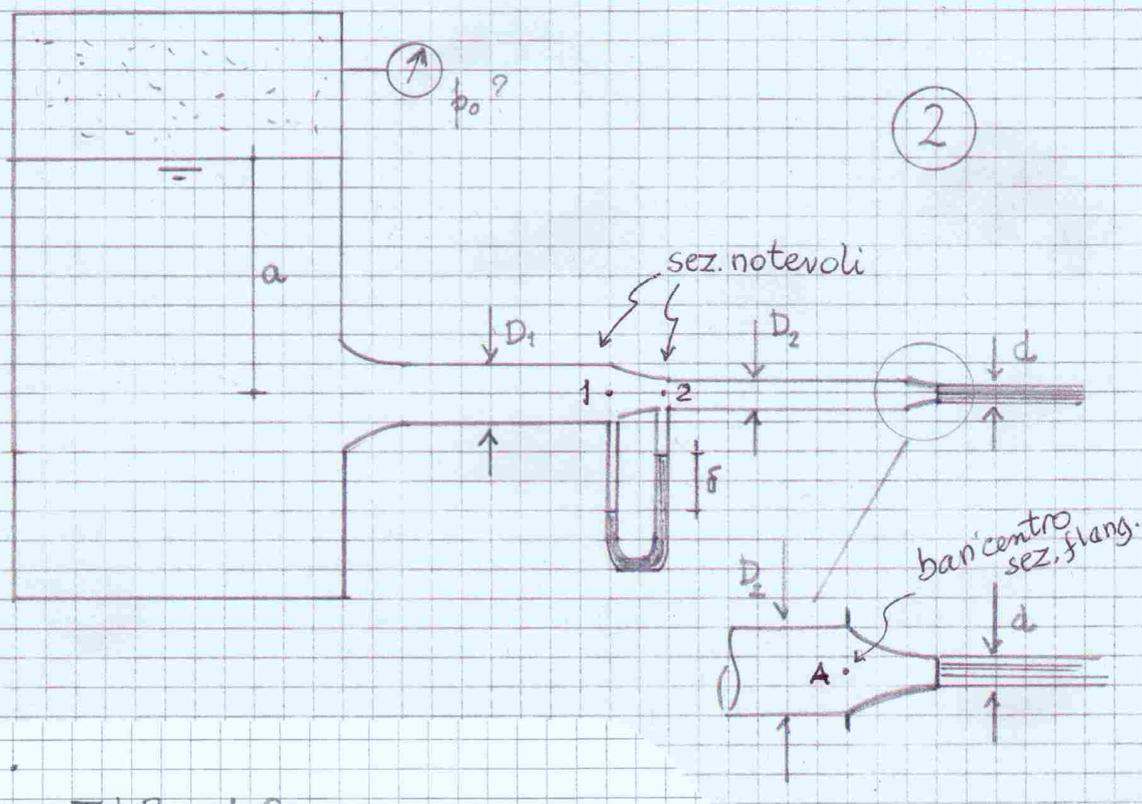
Risultante

$$(\leftarrow) F_x = F_{dx} - F_{sx} = 81.9 \text{ kN}$$

$$(\uparrow) F_z = F_{sz} + F_{dz} = 104 \text{ kN}$$

$$F = 132 \text{ kN} ; \theta = 51.8^\circ$$





$$\frac{\gamma_m - \gamma}{\gamma} = 12.56$$

$$\Omega_1 = \frac{\pi D_1^2}{4}$$

$$\Omega_2 = \frac{\pi D_2^2}{4}$$

$$\omega = \frac{\pi d^2}{4}$$

TdB 1-2

$$h_1 + \frac{Q^2}{2g\Omega_1^2} = h_2 + \frac{Q^2}{2g\Omega_2^2} \Rightarrow Q = \frac{\Omega_2 \sqrt{2g(h_1 - h_2)}}{\sqrt{1 - (\Omega_2/\Omega_1)^2}} = 15 \text{ l/s}$$

essendo: $h_1 - h_2 = \frac{\gamma_m - \gamma}{\gamma} \delta = 0.377 \text{ m}$

TdB 0 - sez. contratta

$$a + \frac{p_0}{\gamma} = \frac{Q^2}{2g\omega^2} \Rightarrow p_0 = \frac{\rho Q^2}{2\omega^2} - \gamma a = 19.8 \text{ kPa}$$

TdB A - sez. contratta $\Rightarrow p_A = \frac{\rho Q^2}{2\omega^2} \left[1 - \left(\frac{\omega}{\Omega_2} \right)^2 \right] = 39.9 \text{ kPa}$

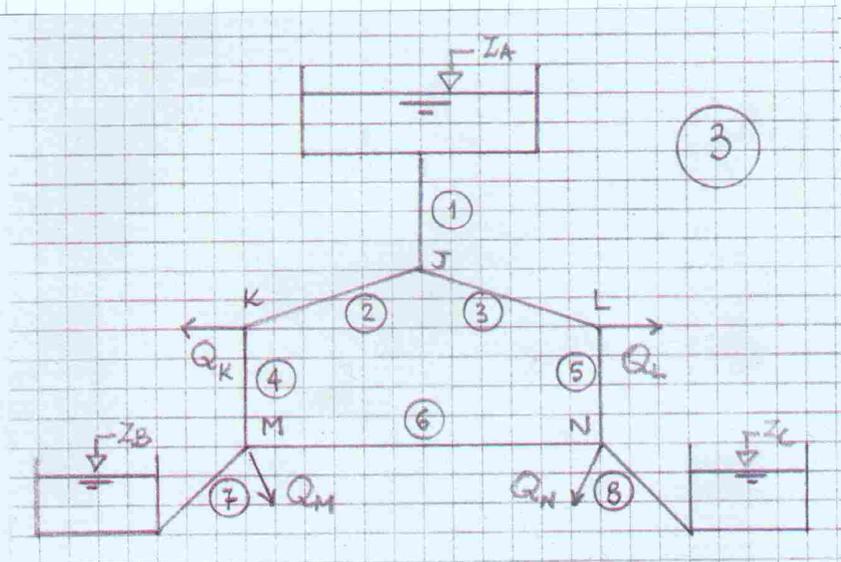
Spinta sull'ugello: Bilancio q.d.m $\Rightarrow F_x = p_A \Omega_2 + \frac{\rho Q^2}{\Omega_2} - \frac{\rho Q^2}{\omega} = 104 \text{ N}$

iv) Sia $p^N = 2p_0 =$ nuovo valore della pressione dell'aria

Nuova portata Q^N : $a + \frac{p^N}{\gamma} = \frac{(Q^N)^2}{2g\omega^2} \Rightarrow Q^N = \omega \sqrt{2g \left(a + \frac{p^N}{\gamma} \right)} = 18 \text{ l/s}$

Nuova differenza di carico piezom, $(h_1 - h_2)^N = \frac{(Q^N)^2}{2g\Omega_2^2} \left[1 - \left(\frac{\omega}{\Omega_2} \right)^2 \right] = 0.545 \text{ m}$

Nuova lettura al piezometro differenziale: $\delta' = \frac{\gamma}{\gamma_m - \gamma} (h_1 - h_2)^N = 43.4 \text{ mm}$



$$\lambda_1 = 0.0249$$

$$\lambda_2 = \lambda_3 = 0.0262$$

$$\lambda_4 = \lambda_5 = 0.0280$$

$$\lambda_7 = \lambda_8 = 0.0299$$

$$r_1 = 0.109 \cdot 10^6 \text{ m}^{-5} \text{ s}^2$$

$$r_2 = 0.498 \cdot 10^6 \text{ //}$$

$$r_4 = 0.925 \cdot 10^6 \text{ //}$$

$$r_7 = 3.166 \cdot 10^6 \text{ //}$$

Per simmetria, $Q_2 = Q_3$; $Q_4 = Q_5$; $Q_6 = 0$; $Q_7 = Q_8$; $h_K = h_L$; $h_M = h_N$.

$$Q_1 = 2Q_2$$

$$Q_2 = Q_4 + Q_K \rightarrow Q_4 = Q_2 - Q_K$$

$$Q_4 = Q_7 + Q_M \rightarrow Q_7 = Q_4 - Q_M \rightarrow Q_7 = Q_2 - \underbrace{Q_K + Q_M}_{Q_{KM}}$$

$$z_A - z_B = r_1 Q_1^2 + r_2 Q_2^2 + r_4 Q_4^2 + r_7 Q_7^2$$

$$z_A - z_B = 4r_1 Q_2^2 + r_2 Q_2^2 + r_4 (Q_2^2 - 2Q_K Q_2 + Q_K^2) + r_7 (Q_2^2 - 2Q_{KM} Q_2 + Q_{KM}^2)$$

$$(4r_1 + r_2 + r_4 + r_7) Q_2^2 - 2(r_4 Q_K + r_7 Q_{KM}) Q_2 + [r_4 Q_K^2 + r_7 Q_{KM}^2 - (z_A - z_B)] = 0$$

$$Q_2 = \begin{cases} 11.9 \text{ l/s} \\ -1.2 \text{ l/s} \end{cases}$$

$$Q_3 = 11.9 \text{ l/s}$$

$$Q_1 = 23.7 \text{ l/s}$$

$$Q_4 = Q_5 = 6.87 \text{ l/s}$$

$$Q_7 = Q_8 = 4.87 \text{ l/s}$$

altri risultati (non richiesti)

$$h_J = 588.8 \text{ m}; h_K = h_L = 518.7 \text{ m}; h_M = h_N = 475.1 \text{ m}$$

$$J_1 = 1.53\% ; J_2 = J_3 = 1.00\% ; J_4 = J_5 = 1.09\% ; J_7 = J_8 = 1.73\%$$