



Nome		Note del candidato
Cognome		
Matricola		
Prova orale: <i>E' necessario iscriversi in rete</i>		

Es. 1

Un cono a base circolare di diametro D ed altezza A è premuto contro un foro circolare di diametro d , da acqua in quiete a carico piezometrico noto (livello b sul piano del foro). La parte superiore del cono si trova in una camera stagna a pressione relativa (incognita) p_0 . Il materiale costituente il cono è sughero (peso specifico γ_s). Si richiede quale debba essere la pressione relativa minima p_0 , affinché il cono venga rimosso dal foro.

Dati numerici:

$$D = 0.40 \text{ m}; \quad d = 0.20 \text{ m}; \quad A = 0.60 \text{ m}; \quad b = 0.80 \text{ m}; \quad \gamma_s = 3000 \text{ N/m}^3$$

Es. 2

Il serbatoio di una vasca ornamentale alimenta, mediante una condotta di diametro D su cui è montata una pompa centrifuga, un gomito, terminante con un ugello ben sagomato, che emette un getto libero di prestabilita geometria (massima altezza a , gittata L), che torna ad alimentare la vasca. Il baricentro dell'ugello ha la stessa quota della superficie libera della vasca. Nell'ipotesi di fluido ideale, si determini quali debbano essere l'**angolo** formato dall'asse dell'ugello e la **velocità** nella sezione contratta che danno luogo alla suddetta geometria del getto. Determinare altresì la **potenza della pompa**, supposta di rendimento unitario. Note le caratteristiche del gomito, flangiato nella sezione F , di volume pari a V_g (incluso l'ugello), avente raggio di curvatura medio R , determinare la **spinta dinamica** della corrente liquida sul gomito.

Dati numerici:

$$D = 60 \text{ mm}; \quad d = 20 \text{ mm}; \quad a = 3.0 \text{ m}; \quad L = 10.0 \text{ m}; \quad R = 120 \text{ mm}; \quad V_g = 1.10 \text{ l}$$

Es. 3

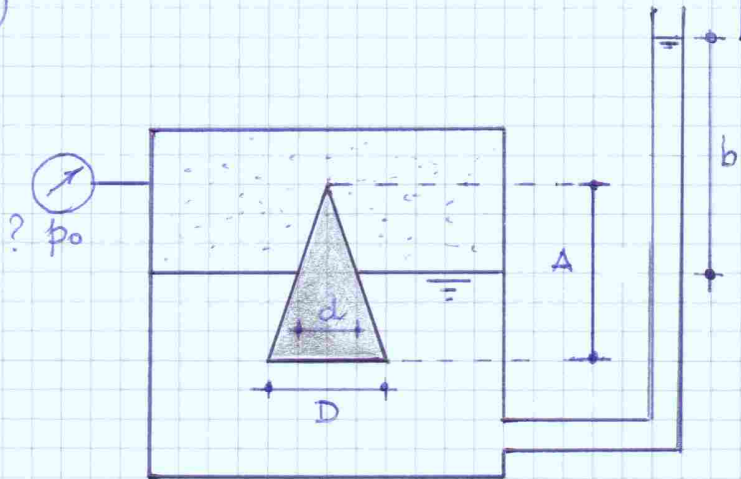
Un serbatoio a quota nota z_A alimenta, mediante una pompa centrifuga, una rete a rami, formata da quattro condotte di caratteristiche note $[L_k, D_k, \varepsilon_k]$ ($k = 1, 2, 3, 4$), tre delle quali alimentano tre serbatoi, aventi quote del pelo libero note ed uguali tra loro, z_B, z_C, z_D .

Nota la portata totale Q_1 uscente dal serbatoio A , nelle ipotesi semplificative tipiche delle reti di lunghe condotte e di moto assolutamente turbolento di parete scabra, si richiede il calcolo **delle portate** negli altri rami, **del carico nel nodo N**, **della potenza della pompa**, supposta di rendimento η .

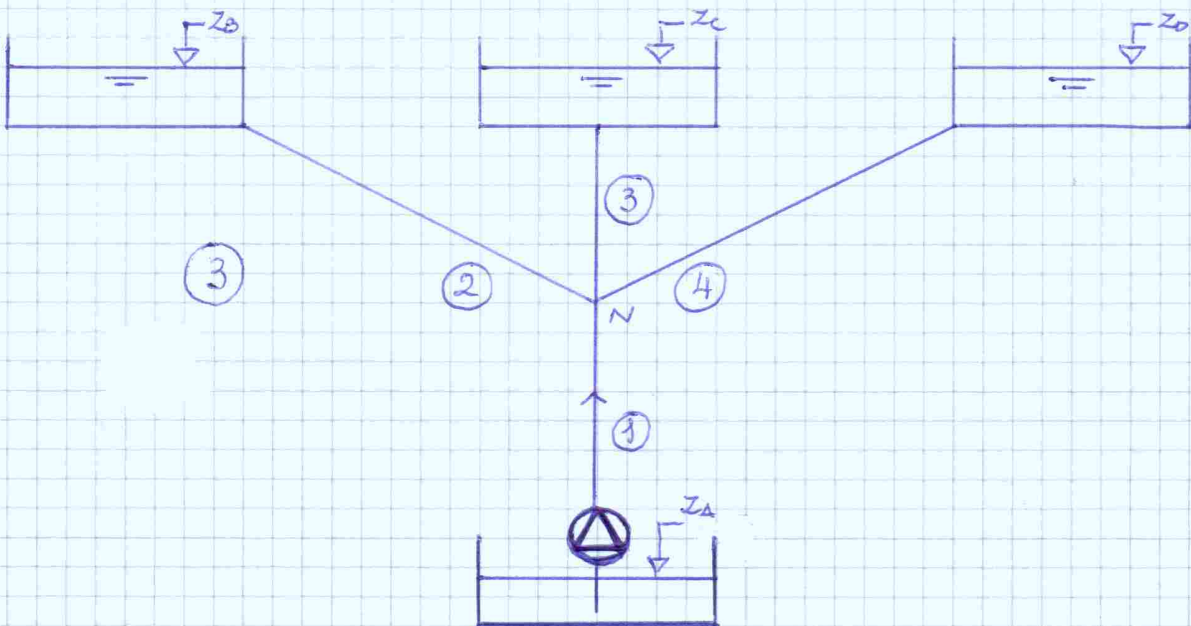
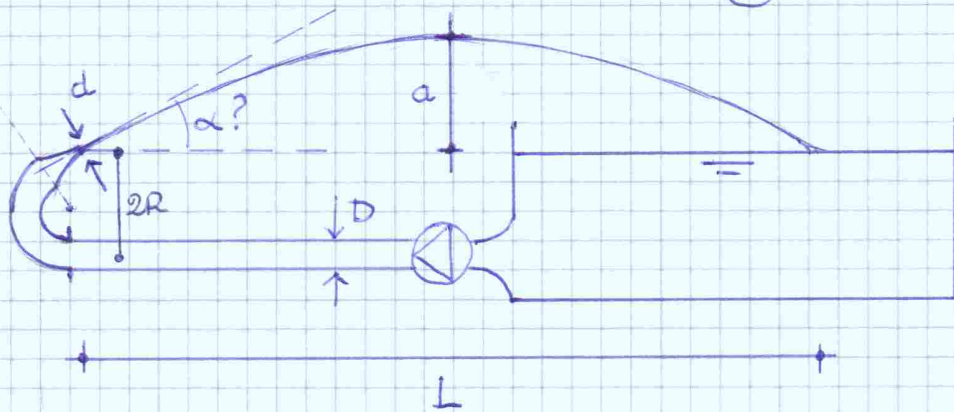
Dati numerici: $z_A = 260 \text{ m}; \quad z_B = z_C = z_D = 320 \text{ m}; \quad Q_1 = 10 \text{ l/s}; \quad \eta = 0.82;$
 $L_{1...4} = [4 \quad 5.5 \quad 2.3 \quad 5.5] \text{ km}; \quad D_{1...4} = [100 \quad 65 \quad 80 \quad 65] \text{ mm}; \quad \varepsilon_{1...4} = 0.36 \text{ mm}$

11.7.2012

①

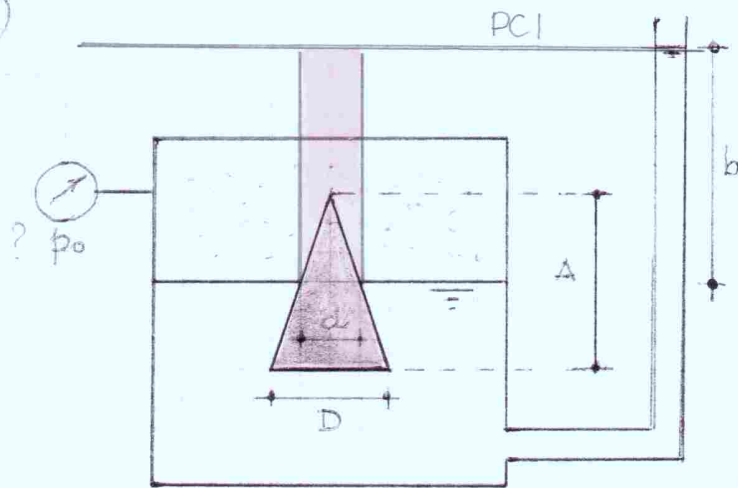


②



11.7.2012

①



$$a = \frac{d}{D} A = 0.3 \text{ m}$$

Altezza tronco di cono: $h_t = A - a = A - \left(\frac{d}{D}\right) A = 0.3 \text{ m}$

Volume tronco di cono: $V_{tc} = \frac{\pi h_t}{12} (D^2 + d^2 + Dd) = 22 \text{ l}$

Volume cilindro avente base di diametro d e altezza b :

$$V_c = \frac{\pi d^2}{4} b = 25.1 \text{ l}$$

Spinta idrostatica sulla superficie tronco conica
(base + superficie laterale)

$$(\uparrow) F_{tc} = \gamma (V_{tc} + V_c) = \gamma \cdot \frac{\pi}{4} \left[\frac{h_t}{3} (D^2 + d^2 + Dd) + b d^2 \right] = 462 \text{ N}$$

La forza è verticale, applicata sull'asse del cono

Spinta dell'aria sulla superficie conica:

$$(\downarrow) F_a = p_0 \left(\frac{\pi d^2}{4} \right)$$

La forza è verticale, applicata sull'asse del cono

Peso proprio del cono

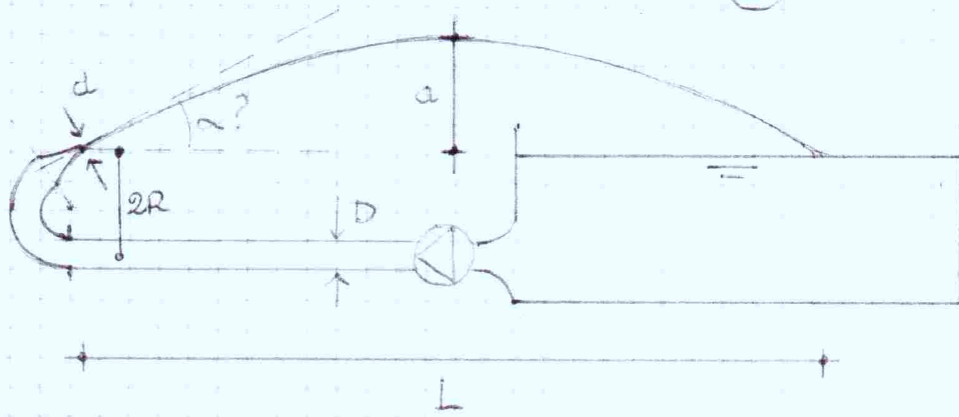
$$(\downarrow) P = \gamma_s \frac{\pi D^2}{12} A = 75.4 \text{ N}$$

La forza è verticale, applicata sull'asse del cono

BILANCIO IN CONDIZIONI LIMITE

$$F_{tc} = F_a + P \quad \square \Rightarrow \quad F_a = F_{tc} - P \quad \square \Rightarrow \quad p_0 = \frac{F_{tc} - P}{\left(\frac{\pi d^2}{4} \right)} = 12.3 \text{ kPa}$$

2



v_c : velocità del getto nella sezione contratta

Massima altezza raggiunta dal getto: $a = \frac{v_c^2}{2g} \sin^2 \alpha$

Gittata: $L = \frac{v_c^2}{g} \sin(2\alpha) = 2 \frac{v_c^2}{g} \sin \alpha \cos \alpha$

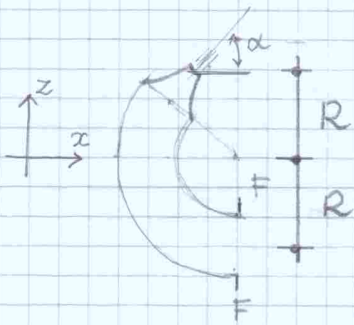
Eseguendo il rapporto: $\frac{a}{L} = \frac{1}{4} \operatorname{tg} \alpha \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{4a}{L} = 1.2$

$\Rightarrow \alpha = 50^\circ.2$

$v_c = \sqrt{\frac{2gL}{\sin(2\alpha)}} = \sqrt{\frac{2ga}{\sin \alpha}} = 9.98 \text{ m/s}$

$Q = v_c \omega = 3.14 \text{ l/s}; \quad \Delta H = \frac{v_c^2}{2g} = 5.08 \text{ m}; \quad P = \gamma Q \Delta H = 156 \text{ W}$

Bilancio QdM (\bar{F}_f sul fluido; \bar{F}_g sul gomito)



x) $F_{fx} - p_f \Omega = \rho Q v_c \cos \alpha - \left(-\rho \frac{Q^2}{\Omega} \right)$

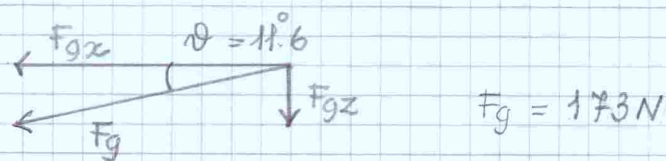
$F_{gx} = -p_f \Omega - \rho \frac{Q^2}{\Omega} - \rho Q v_c \cos \alpha = -169 \text{ N}$

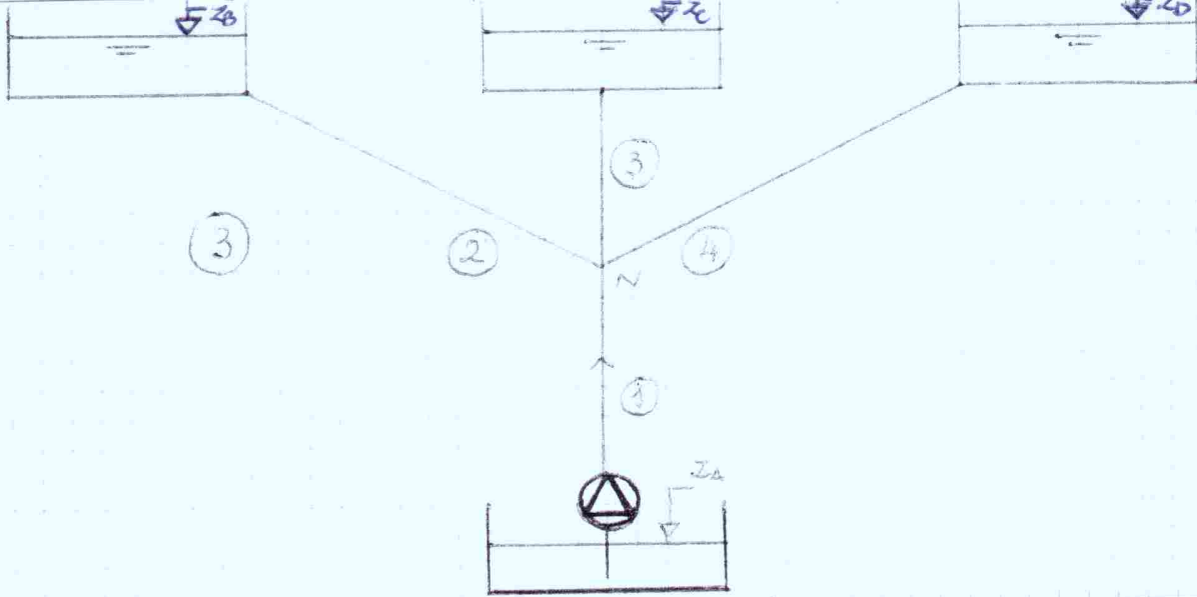
dal Teorema di Bernoulli sez. F - sez. contratta

$p_f = \gamma (2R) + \rho \frac{v_c^2}{2} - \rho \frac{Q^2}{2\Omega^2} = 51.6 \text{ kPa}$

z) $F_{fz} - \gamma V_g = \rho Q v_c \sin \alpha$

$F_{gz} = -\gamma V_g - \rho Q v_c \sin \alpha = -34.8 \text{ N}$





$$\lambda_k = \left\{ 2.0 \log_{10} \left(\frac{3.71 D_k}{\epsilon_k} \right) \right\}^{-2} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = 0.0275 \\ \lambda_2 = \lambda_4 = 0.0313 \\ \lambda_3 = 0.0294 \end{cases}$$

$$r_k = \frac{8 \lambda_k L_k}{g \pi^2 D_k^5} \Rightarrow \begin{cases} r_1 = 9.11 \cdot 10^5 \text{ m}^{-5} \text{ s}^2 \\ r_2 = r_4 = 1.23 \cdot 10^7 \text{ m}^{-5} \text{ s}^2 \\ r_3 = 1.71 \cdot 10^6 \text{ m}^{-5} \text{ s}^2 \end{cases} \quad \boxed{\text{SIMM.} \Rightarrow Q_H = Q_2}$$

$$\begin{aligned} \text{i)} & \quad \Delta H = h_N - z_A + r_1 Q_1^2 \\ \text{ii)} & \quad h_N - z_B = r_2 Q_2^2 \\ \text{iii)} & \quad h_N - z_C = r_3 Q_3^2 \\ \text{iv)} & \quad Q_1 = 2Q_2 + Q_3 \end{aligned} \Rightarrow r_2 Q_2^2 = r_3 Q_3^2 \Rightarrow Q_3 = \sqrt{\frac{r_2}{r_3}} Q_2$$

$$\Rightarrow Q_1 = \left(2 + \sqrt{\frac{r_2}{r_3}} \right) Q_2 \Rightarrow \underset{Q_H}{Q_2} = \frac{Q_1}{2 + \sqrt{\frac{r_2}{r_3}}} = 2.14 \text{ l/s}$$

$$Q_3 = Q_1 - 2Q_2 = 5.73 \text{ l/s}$$

$$\text{Dalla ii)} \quad h_N = z_B + r_2 Q_2^2 = 376 \text{ m}$$

$$\text{Dalla i)} \quad \Delta H = h_N - z_A + r_1 Q_1^2 = 207 \text{ m}$$

$$\text{Potenza della pompa: } P = \frac{\gamma Q_1 \Delta H}{\eta_p} = 24.8 \text{ kW}$$

$$\text{Cadenti: } \begin{aligned} j_1 &= 2.28\% \\ j_2 = j_4 &= 1.02\% \\ j_3 &= 2.43\% \end{aligned}$$