UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI FERRARA
FACOLTÀ DI INGEGNERIA
Corso di Laurea in ING. CIVILE e AMBIENTALE
Corso di Laurea in INGEGNERIA MECCANICA

Prova scritta di Idraulica, Idraulica I e Meccanica dei Fluidi del 13/6/2012

Nome		**Note del candidato**
Cognome		
Matricola		
Prova orale: ***E' necessario iscriversi in rete***		

Es. 1

Una sfera di peso P e di raggio R è premuta dal basso verso l'alto contro un foro circolare di raggio r da acqua in quiete. Il carico piezometrico del liquido è misurato dal piezometro in figura 1, ed è pari ad a se misurato rispetto al piano del foro. La calotta superiore della sfera è bagnata da olio (peso specifico γ_o). Si richiede quale debba essere il carco piezometrico minimo dell'olio, affinché la sfera venga premuta verso il basso.

<u>*Dati numerici*</u>:

$$P = 2500\,N; \quad R = 0.25\,m; \quad r = 0.18\,m; \quad a = 3.50\,m; \quad \gamma_o = 8500\,N/m^3$$

Es. 2

Un serbatoio alimenta una condotta ad di diametro D, alla quale è flangiato (flangia **F**) un pezzo speciale munito di due ugelli, uno verticale e l'altro inclinato di un angolo α rispetto all'orizzontale. Gli ugelli hanno di diametro rispettivamente d_1 e d_2 ; i rispettivi baricentri si trovano a distanze verticali dal piano della superficie libera del serbatoio pari rispettivamente ad a e b. La distanza verticali dal piano della superficie libera dell'asse della condotta è c . Il pezzo speciale ha volume V_p .
Nell'ipotesi di fluido ideale, si richiede di determinare:
- la portata totale uscente dal serbatoio;
- la quota massima raggiunta da entrambi i getti;
- la spinta dinamica sul pezzo flangiato.

<u>*Dati numerici:*</u>

$$D = 100\,mm; \quad \alpha = 30°; \quad d_1 = 30\,mm; \quad d_2 = 60\,mm;$$
$$a = 3.0\,m; \quad b = 3.5\,m; \quad c = 4.0\,m; \quad V_p = 12\,l$$

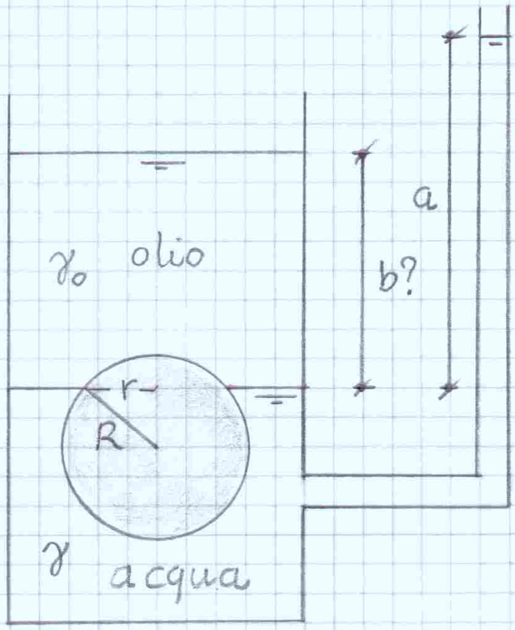
Es. 3

Un serbatoio a quota nota z_A alimenta una rete, formata da sei condotte di caratteristiche note $\left[L_k,\ D_k,\ \varepsilon_k\right]$ $(k = 1, 2, \ldots, 6)$, quattro nodi (K, L, M, N) , tre dei quali erogano portate note (Q_L=Q_M, Q_N,) due maglie triangolari.
Nelle ipotesi semplificative tipiche delle reti di lunghe condotte e di moto assolutamente turbolento di parete scabra, si richiede il calcolo delle portate nei rami e del carico nel nodo N.
<u>*Dati numerici:*</u>

$$z_A = 200\,m; \quad L_{1,\ldots6} = [5 \quad 7 \quad 7 \quad 10 \quad 7 \quad 7]\,km; \quad D_{1,\ldots6} = [150 \quad 100 \quad 100 \quad 80 \quad 80 \quad 80]\,mm;$$
$$\varepsilon_{1,\ldots6} = 0.34\,mm; \quad Q_L = Q_M = 5\,l/s; \quad Q_N = 8\,l/s;$$

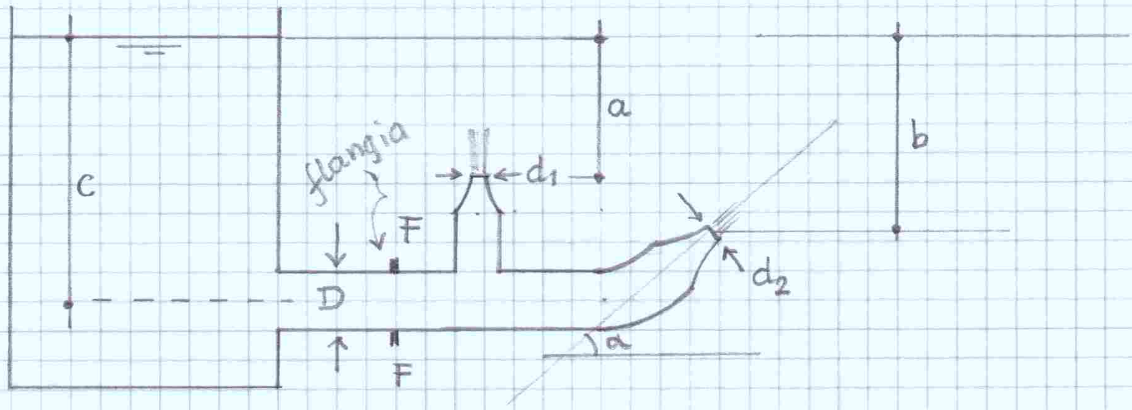
13·6·2012

1



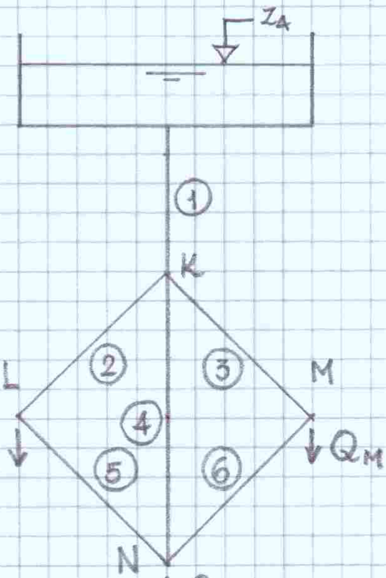
a
b?
γ_o olio
r
R
γ acqua

2



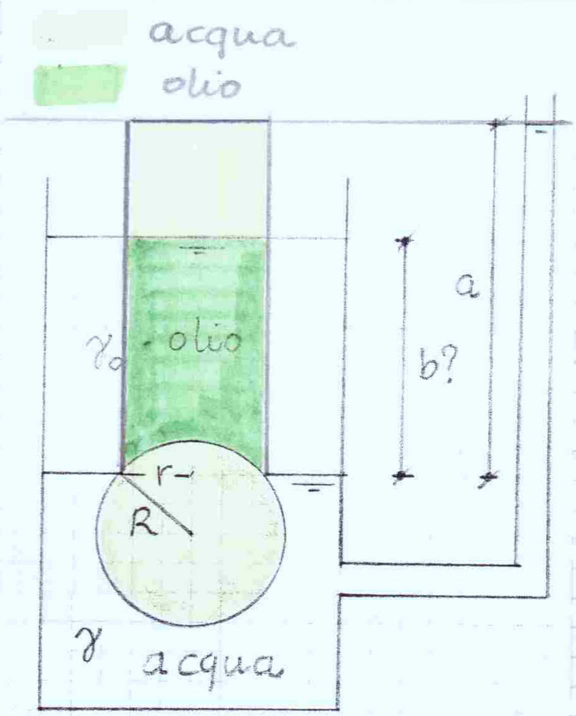
c
a
b
flangia
F
F
D
d_1
d_2
α

3



z_A
1
K
2
3
4
5
6
L
M
N
Q_L
Q_M
Q_N

1



Altezza calotta sferica

$$h_c = R - \sqrt{R^2 - r^2} = 7.65\,cm$$

Volume calotta sferica di altezza h_c

$$V_{cs} = \pi h_c^2 \left(R - \frac{h_c}{3}\right) = 4.13\,\ell$$

La spinta dell'acqua e dell'olio sono entrambe verticali e passanti per il centro della sfera.

Acqua $(\uparrow)$ $\quad F_a = \gamma\,(V_{sf} - V_{cs} + V_a) = 4.09\,kN$

V_{sf} = volume sfera $= \frac{4}{3}\pi R^3 = 65.4\,\ell$

V_{cs} = volume calotta sferica di altezza h_c $= 4.13\,\ell$

V_a = volume cilindro di base πr^2 e altezza a : $\pi r^2 a = 356\,\ell$

Olio $(\downarrow)$ $\quad F_o = \gamma_o\,(V_b - V_{cs})$

V_b = volume cilindro di base πr^2 e altezza b : $\pi r^2 b$

V_{cs} = vedi sopra

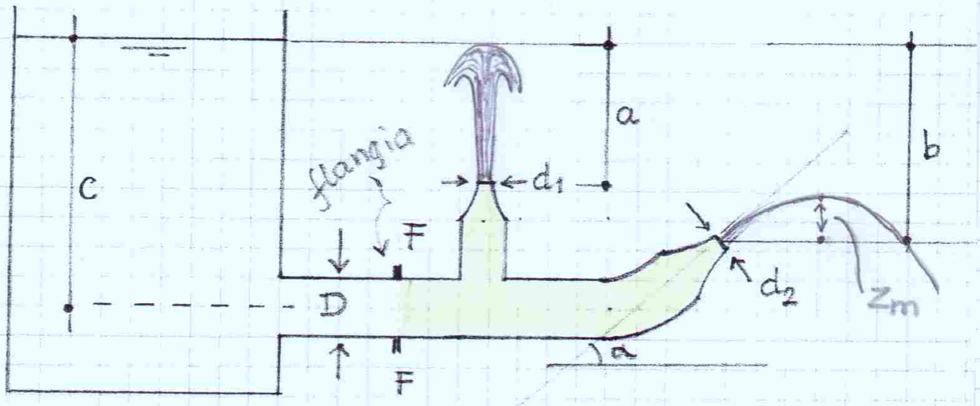
$$F_o = \gamma_o \pi r^2 b - \gamma_o V_{cs}$$

Equilibrio in condiz. limite (reazione nulla)

$$P + F_o = F_a$$

$$\gamma_o \pi r^2 b - \gamma_o V_{cs} = F_a - P \Rightarrow b = \frac{F_a + \gamma_o V_{cs} - P}{\gamma_o \pi r^2} = 1.88\,m$$

(2)



$$\Omega = \frac{\pi}{4} D^2$$

$$\omega_1 = \frac{\pi}{4} d_1^2$$

$$\omega_2 = \frac{\pi}{4} d_2^2$$

Teorema di Bernoulli serbatoio - sez. contr. 1

$$a = \frac{v_1^2}{2g} \Rightarrow v_1 = \sqrt{2ga} = 7.67\,\frac{m}{s} \Rightarrow Q_1 = \omega_1 v_1 = 5.42\,\frac{l}{s}$$

T. d. B. serbatoio - sez. contr. 2

$$b = \frac{v_2^2}{2g} \Rightarrow v_2 = \sqrt{2gb} = 8.29\,\frac{m}{s} \Rightarrow Q_2 = \omega_2 v_2 = 23.4\,\frac{l}{s}$$

Portata totale : $Q = Q_1 + Q_2 = 28.8\ l/s$

Max quota raggiunta dal getto 1: quota del serbatoio

Max quota raggiunta dal getto 2:

$$\frac{v_2^2}{2g} = z_m + \frac{(v_2 \cos\alpha)^2}{2g} \Rightarrow z_m = \frac{v_2^2}{2g}\left(1 - \cos^2\alpha\right) = 0.875\,m$$

Bilancio qdm sul volume di controllo colorato
($\bar{F}_f$ sul fluido, $\bar{F}_p$ sul pezzo flangiato)

x) $\Pi_x = M_{ux} - M_{ex} \Rightarrow p_F \Omega + F_{fx} = \rho Q_2 v_2 \cos\alpha - \rho \frac{Q^2}{\Omega}$

$$F_{px} = -F_{fx} = p_F \Omega + \rho \frac{Q^2}{\Omega} - \rho Q_2 v_2 \cos\alpha = 193\,N$$

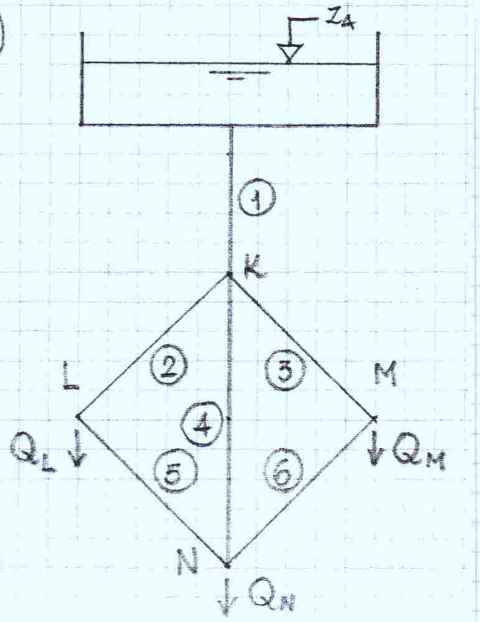
dal TdB serb - sez F: $p_F = \gamma c - \frac{\rho Q^2}{2\Omega^2} = 32.5$ kPa

z) $G_z + \Pi_z = M_{uz} - M_{ez} \Rightarrow -\gamma V_p + F_{fz} = \rho Q_1 v_1 + \rho Q_2 v_2 \sin\alpha$

$$F_{pz} = -F_{fz} = -\gamma V_p - \rho Q_1 v_1 - \rho Q_2 v_2 \sin\alpha = -256\,N$$

Risultante: $F_p = \sqrt{F_{px}^2 + F_{pz}^2} = 321\,N$ $\quad \vartheta = 53°$

3



$\lambda_1 = 0.0242$

$\lambda_2 = \lambda_3 = 0.0271$

$\lambda_4 = 0.0289$

$\lambda_5 = \lambda_6 = 0.0289$

$r_1 = 1.32 \cdot 10^5$

$r_K = \dfrac{8 \lambda_K L_K}{g \pi^2 D_K^5} = $ $r_2 = 1.57 \cdot 10^6$; $r_4 = 7.29 \cdot 10^6$

Pb. SIMMETRICO $\Rightarrow$ $Q_3 = Q_2 \, ; \, Q_6 = Q_5$

$r_5 = 5.10 \cdot 10^6$

$[r_K] \rightarrow m^{-5} s^2$

$$\begin{cases} \text{i)} & Z_A - h_N = r_1 Q_1^2 + \underbrace{r_2 Q_2^2 + r_5 Q_5^2}_{= r_4 Q_4^2} \\ \text{ii)} & Q_1 = 2Q_2 + Q_4 \\ \text{iii)} & Q_2 = Q_L + Q_5 \\ \text{iv)} & 2Q_5 + Q_4 = Q_N \\ \text{v)} & r_2 Q_2^2 + r_5 Q_5^2 = r_4 Q_4^2 \end{cases}$$

(iii, iv, v) sistema 3 eq.ni 3 inc. (Q_2, Q_4, Q_5)

$$\text{iv)} \rightarrow Q_5 = \frac{Q_N - Q_4}{2} = \frac{Q_N}{2} - \frac{Q_4}{2} \; ; \; \text{iii)} \rightarrow Q_2 = \overbrace{Q_L + \frac{Q_N}{2}}^{Q_{LN}} - \frac{Q_4}{2}$$

$$\text{v)} \rightarrow r_2 Q_{LN}^2 + \frac{r_2}{4} Q_4^2 - r_2 Q_{LN} Q_4 + \frac{r_5}{4} Q_N^2 + \frac{r_5}{4} Q_4^2 - \frac{r_5}{2} Q_N Q_4 = r_4 Q_4^2$$

$$0 = \left(r_4 - \frac{r_2}{4} - \frac{r_5}{4}\right) Q_4^2 + \left(r_2 Q_{LN} + \frac{r_5}{2} Q_N\right) Q_4 - \left(r_2 Q_{LN}^2 + \frac{r_5}{4} Q_N^2\right)$$

eq.ne di 2° grado in $Q_4 = \begin{cases} -9.89 \ l/s \\ 3.75 \ l/s \end{cases}$

$Q_2 = Q_{LN} - \dfrac{Q_4}{2} = 7.12 \ l/s$

$Q_5 = \dfrac{Q_N}{2} - \dfrac{Q_4}{2} = 2.12 \ l/s$

$Q_1 = 2Q_2 + Q_4 = 18 \ l/s$

$h_N = z_A - r_1 Q_1^2 - r_4 Q_4^2 = 54.7 \ m$