UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI FERRARA
FACOLTÀ DI INGEGNERIA
CdL in ING. CIVILE; CdL ING. CIVILE–AMBIENTALE
CdL in INGEGNERIA MECCANICA

Prova scritta di Idraulica, Idraulica I e Meccanica dei Fluidi del 15/2/2012

Nome		*Note del candidato*
Cognome		
Matricola		
Per sostenere l'orale è necessario iscriversi in rete		

Es. 1

Un vano stagno presenta una apertura rettangolare di base L ed altezza $2R$, chiusa a tenuta da un cilindro a base circolare di raggio R. Tale cilindro è bagnato per metà da olio (di peso specifico γ_o) e per metà da acqua. Sull'olio si trova aria, mantenuta a pressione relativa costante pari a p_0. Si richiede di determinare la risultante delle azioni idrostatiche sul cilindro: specificare modulo, direzione, verso, retta di applicazione.

<u>*Dati numerici*</u>:

$$L = 1.25\,m; \quad R = 0.75\,m; \quad \gamma_o = 8400\,N/m^3; \quad p_0 = 12\,kPa$$

Es. 2

Una condotta in pressione di diametro D è alimentata da una portata costante. Su tale condotta è montato un pezzo speciale, che presenta due ugelli verticali ben sagomati, di diametro terminale rispettivamente d_1 e d_2, che emettono getti liberi. Il primo di questi sale fino ad una quota nota c, al di sopra della sezione contratta, a sua volta situata ad una distanza b dall'asse della condotta.
Il secondo getto è invece diretto verso il basso; il bocchello si trova ad una distanza f dall'asse della condotta. Il volume del pezzo speciale è pari a V_p. Nell'ipotesi di comportamento ideale del fluido, si richiede di determinare:

a) La ripartizione delle portate liquide (condotta, ugello 1, ugello 2)
b) Il diametro del getto emesso verso il basso, ad una distanza l dalla sezione contratta.
c) La spinta dinamica sul pezzo flangiato.

<u>*Dati numerici:*</u>

$$D = 125\,mm; \quad d_1 = 35\,mm; \quad d_2 = 60\,mm;$$
$$c = 4\,m; \quad b = 200\,mm; \quad f = 600\,mm; \quad l = 2\,m; \quad V_p = 10\,l$$

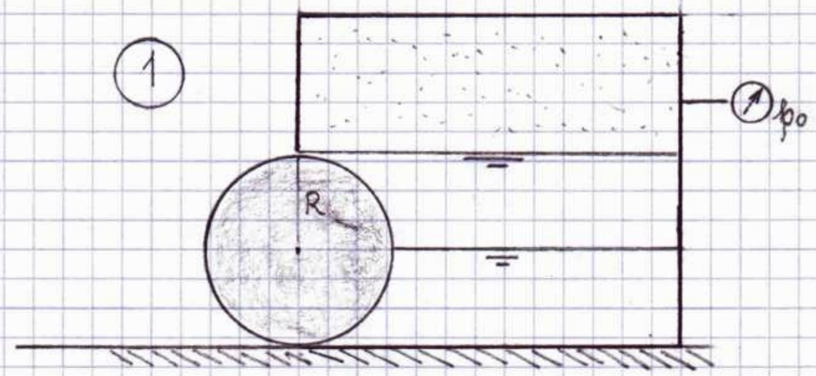
Es. 3

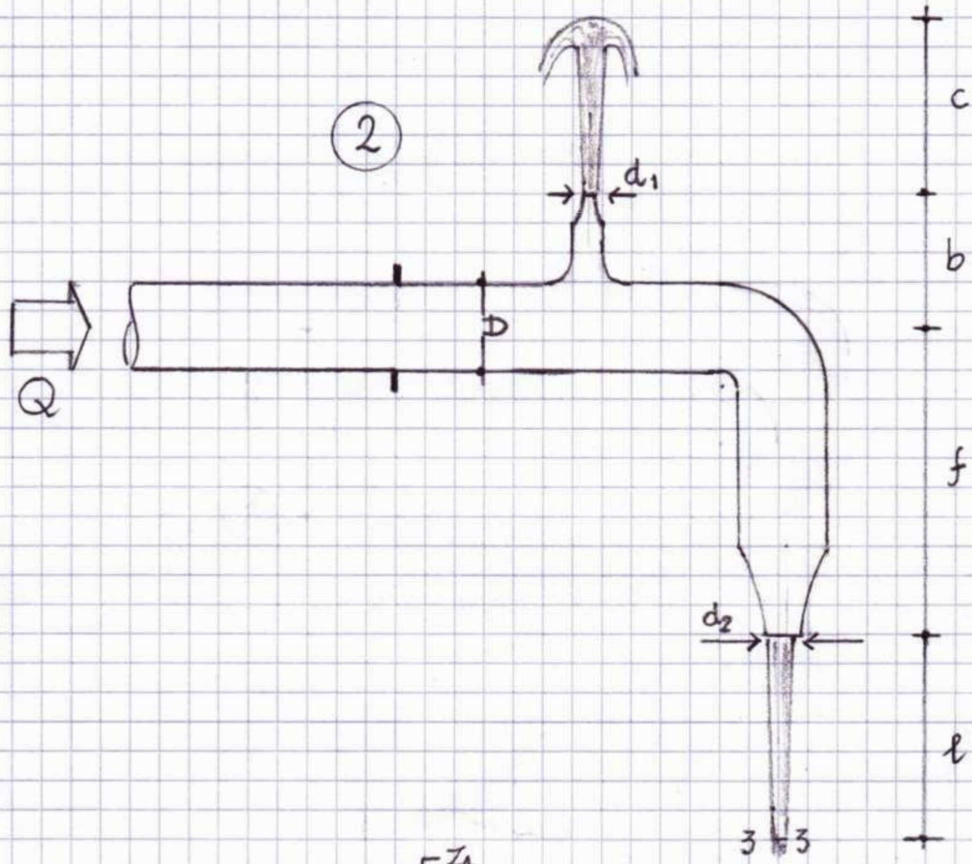
Una rete è costituita da un serbatoio di alimentazione (la cui superficie libera si trova alla quota nota z_A), due serbatoi di recapito (le cui superfici libere si trovano alla quota $z_B = z_C$), otto rami, che hanno caratteristiche note (L_k, D_k, ε_k, k=1,2, …, 8), quattro nodi (K, L, M, N), che erogano portate note (Q_K, Q_L=Q_M, Q_N). Nelle ipotesi semplificative di moto assolutamente turbolento di parete scabra ovunque e di rete di lunghe condotte, calcolare le portate in tutti i rami della rete ed il carico nel nodo N.

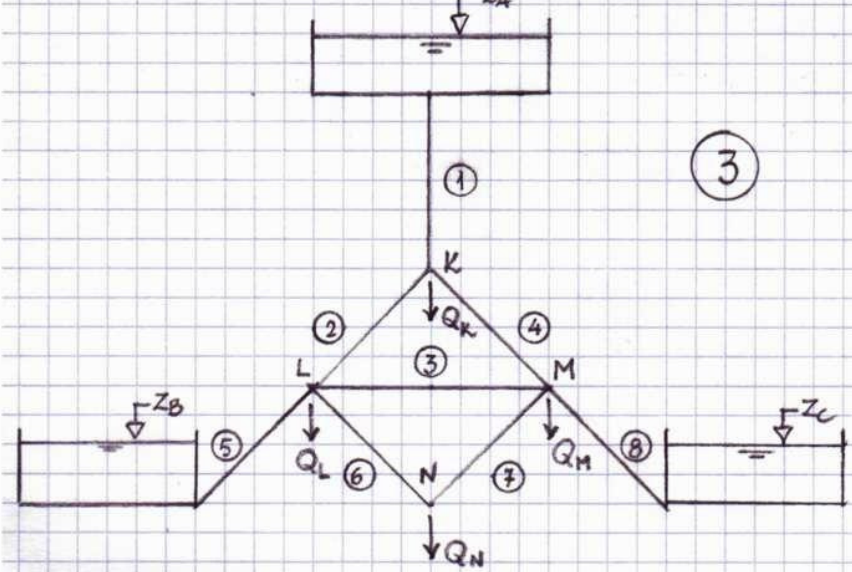
<u>*Dati numerici:*</u>

$$z_A = 750\,m; \quad z_B = z_C = 500\,m; \quad \varepsilon_k = 0.35\,mm, \forall k = 1, 2, \ldots, 8;$$
$$L_{1,2,\ldots,8} = (6 \quad 4 \quad 5.7 \quad 4 \quad 4 \quad 4 \quad 4 \quad 4)\,km;$$
$$D_{1,2,\ldots,8} = (150 \quad 125 \quad 80 \quad 125 \quad 100 \quad 100 \quad 100 \quad 100)\,mm;$$
$$Q_K = 6\,l/s; \quad Q_L = Q_M = 5\,l/s; \quad Q_N = 8\,l/s$$

15 · 2 · 2012

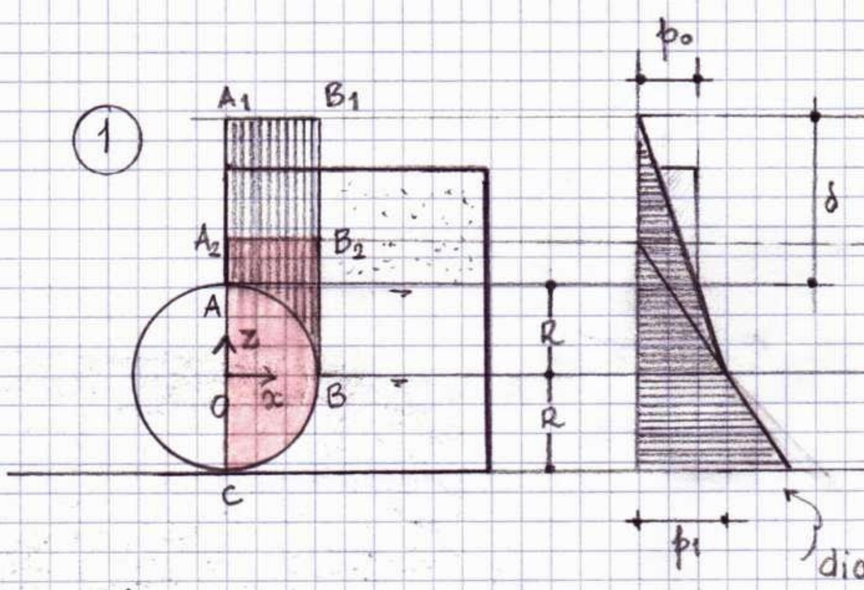






15·2·2012

(1)



$\delta = p_0/\gamma_0$

$\Delta = p_1/\gamma$

con:

$p_1 = p_0 + \gamma_0 R$

$\delta = 1.43\ m \ ; \ p_1 = 18.3\ kPa \ ; \ \Delta = 1.87\ m$

$(\leftarrow)\ F_{ABx} = \gamma_0 \left(\delta + \frac{R}{2}\right)\left(LR\right) = 14.2\ kN$

$(\downarrow)\ F_{ABz} = \gamma_0 L \underbrace{\left(R\delta + R^2 - \frac{\pi R^2}{4}\right)}_{\text{area quadrilatero curvilineo } ABB_1A_1 \text{ (tratteggiato)}} = 12.5\ kN$

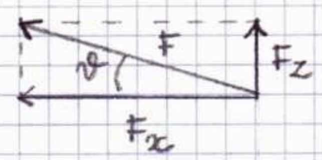
$(\leftarrow)\ F_{BCx} = \gamma \left(\Delta + \frac{R}{2}\right)\left(LR\right) = 20.6\ kN$

$(\uparrow)\ F_{BCz} = \gamma L \underbrace{\left(R\Delta + \frac{\pi R^2}{4}\right)}_{\text{area quadrilatero curvilineo } CBB_2A_2 \text{ (colorato)}} = 22.6\ kN$

$(\leftarrow)\ F_x = 34.8\ kN$

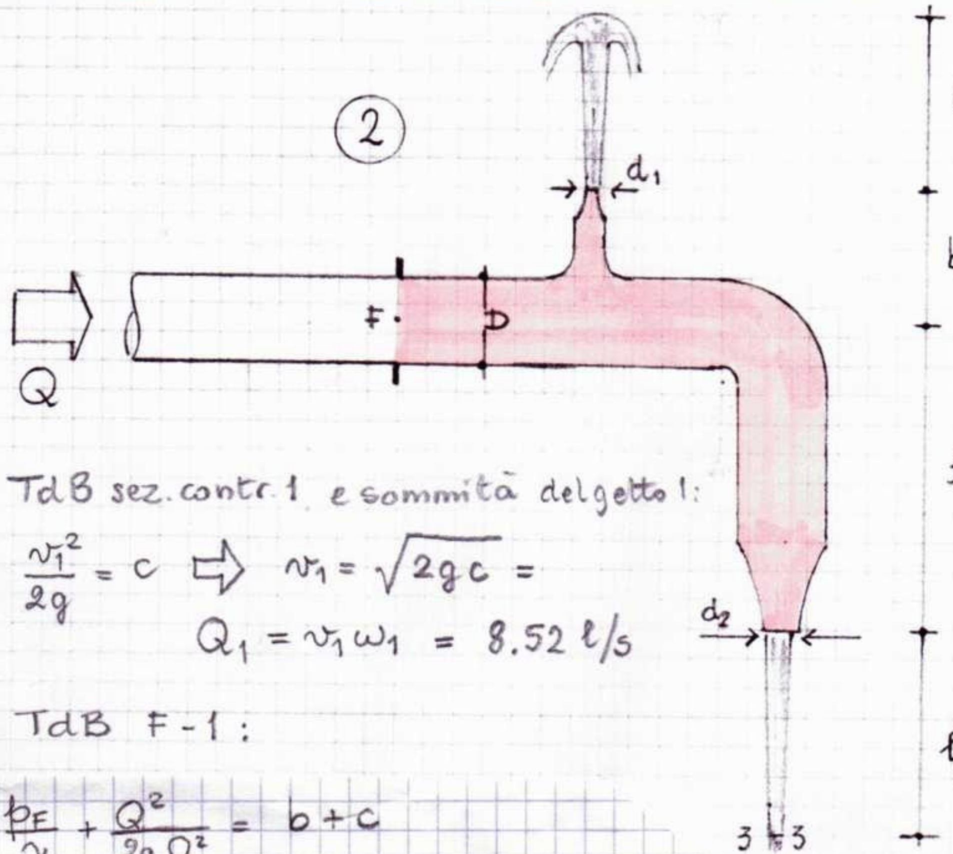
$(\uparrow)\ F_z = 10.1\ kN$

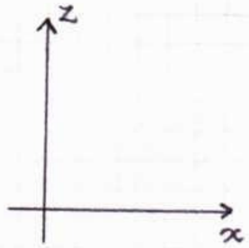
$F = 36.2\ kN$



$\vartheta = 16°.1$

La risultante passa per O, e giace nel piano medio.





TdB sez. contr. 1 e sommità del getto 1:

$$\frac{v_1^2}{2g} = c \Rightarrow v_1 = \sqrt{2gc} =$$

$$Q_1 = v_1 \omega_1 = 8.52 \, \ell/s$$

$$\Omega = \frac{\pi}{4} D^2$$

$$\omega_1 = \frac{\pi}{4} d_1^2$$

$$\omega_2 = \frac{\pi}{4} d_2^2$$

TdB F-1:

$$\frac{p_F}{\gamma} + \frac{Q^2}{2g\Omega^2} = b + c$$

TdB F-2

$$\frac{p_F}{\gamma} + \frac{Q^2}{2g\Omega^2} = -f + \frac{v_2^2}{2g} \Rightarrow \frac{v_2^2}{2g} = b + c + f$$

$$v_2 = \sqrt{2g\,(b+c+f)}$$

$$\mathbf{Q_2} = v_2 \omega_2 = 27.43 \, \ell/s$$

Equazione globale di continuità : $Q = Q_1 + Q_2 = 35.95 \, \ell/s$

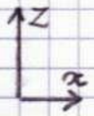
Dal TdB tra la sez. contr. 2 e la sez. 3:

$$\ell + \frac{Q_2^2}{2g\omega_2^2} = \frac{Q_2^2}{2g\omega_3^2} \Rightarrow \omega_3 = \frac{Q_2}{\sqrt{\frac{Q_2^2}{\omega_2^2} + 2g\ell}} \Rightarrow d_3 = \sqrt{\frac{4\omega_3}{\pi}} = 55 \, mm$$

TdB tra la sez. della flangia e la sez. contr. 1:

$$\frac{p_F}{\gamma} + \frac{Q^2}{2g\Omega^2} = b + c \Rightarrow p_F = \gamma(b+c) - \frac{1}{2}\rho\frac{Q^2}{\Omega^2} = 36.9 \, kPa$$

Bilancio QdM (volume a valle della flangia) [$\bar{F}_f$ sul fluido $\bar{F}_p$ sul pezzo]



x) $\Pi_x = M_{ux} - M_{ex} \Rightarrow F_{fx} + p_F \Omega = -\rho\frac{Q^2}{\Omega}$

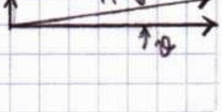
$$F_{px} = -F_{fx} = p_F \Omega + \rho\frac{Q^2}{\Omega} = 558 N$$

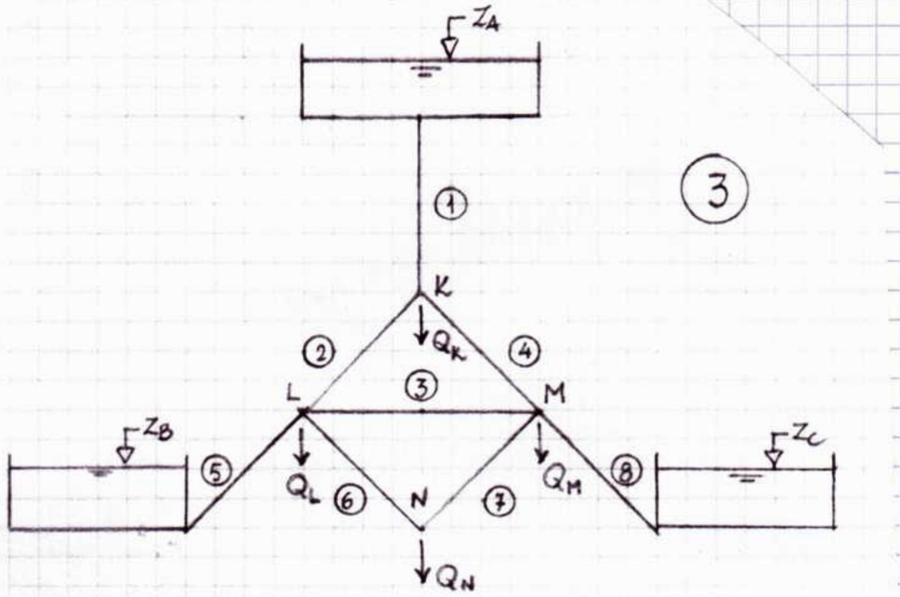
z) $G_z + \Pi_z = M_{uz} - M_{ez} \Rightarrow F_{fz} - \gamma V_p = \rho\frac{Q_1^2}{\omega_1} - \rho\frac{Q_2^2}{\omega_2}$

$$F_{pz} = -F_{fz} = \rho\frac{Q_2^2}{\omega_2} - \rho\frac{Q_1^2}{\omega_1} - \gamma V_p = 92.6 N$$

$F_p = 566 N$

$\vartheta = 9°.42$





$\lambda_1 = 0.0244$

$\lambda_2 = \lambda_4 = 0.0256$

$\lambda_5 = \lambda_6 = \lambda_7 = \lambda_8 = 0.0273$

$r_1 = 0.159 \cdot 10^6 \frac{s^2}{m^5}$

$r_2 = r_4 = 0.278 \cdot 10^6 \frac{s^2}{m^5}$

$r_5 = r_6 = r_7 = r_8 = 0.903 \cdot 10^6 \frac{s^2}{m^5}$

$Q_3 = 0;\ Q_4 = Q_2;\ Q_7 = Q_6;\ Q_8 = Q_5$ per simmetria

$$\begin{cases} Q_1 = 2Q_2 + Q_K & \rightarrow \quad Q_1 = 2Q_5 + \overbrace{Q_N + 2Q_L + Q_K}^{Q_{NK}} \\ Q_2 = Q_5 + Q_6 + Q_L & \rightarrow \quad Q_2 = Q_5 + \underbrace{Q_N/2 + Q_L}_{Q_{NL}} \\ 2Q_6 = Q_N & \rightarrow \quad Q_6 = Q_N/2 \\ z_A - z_B = r_1 Q_1^2 + r_2 Q_2^2 + r_5 Q_5^2 & \qquad Q_6 = Q_7 = 4\ l/s \end{cases}$$

$$z_A - z_B = r_1 (2Q_5 + Q_{NK})^2 + r_2 (Q_5 + Q_{NL})^2 + r_5 Q_5^2$$

$$z_A - z_B = (4r_1 + r_2 + r_5) Q_5^2 + 2(2r_1 Q_{NK} + r_2 Q_{NL}) Q_5 + \left[r_1 Q_{NK}^2 + r_2 Q_{NL}^2\right]$$

$$A = 4r_1 + r_2 + r_5$$

$$M = 2r_1 Q_{NK} + r_2 Q_{NL}$$

$$C = r_1 Q_{NK}^2 + r_2 Q_{NL}^2 - (z_A - z_B)$$

$$A Q_5^2 + 2 M Q_5 + C = 0$$

$$Q_5 = \left[-M + \sqrt{M^2 - AC}\right] \Big/ A = 4.70\ l/s = Q_8$$

$$Q_2 = Q_5 + Q_{NL} = 13.70\ l/s = Q_4$$

$$Q_1 = 2Q_5 + Q_{NK} = 33.41\ l/s$$

$$h_L = z_B + r_5 Q_5^2 = 520.0\ m$$

$$h_N = h_L - r_6 Q_6^2 = 505.5\ m$$