UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI FERRARA
FACOLTÀ DI INGEGNERIA
CdL in ING. CIVILE; CdL ING. CIVILE–AMBIENTALE
CdL in INGEGNERIA MECCANICA

Prova scritta di Idraulica, Idraulica I e Meccanica dei Fluidi del 18/1/2011

Nome		*Note del candidato*
Cognome		
Matricola		
Data prova orale ***(E' comunque necessario iscriversi in rete)***		

Es. 1

Un paracolpi cilindrico, di lunghezza L, ha una sezione policentrica composta da tre archi di cerchio: il contorno è costituito da due quarti di circonferenza e da una semicirconferenza, tutti aventi raggio identico R. L'affondamento della generatrice superiore del paracolpi è a.
Si richiede di determinare:

(a) La spinta idrostatica sulla superficie cilindrica **AB** che individua il profilo del paracolpi, specificando modulo, direzione e verso;
(b) L'affondamento della retta d'azione delle azioni idrostatiche orizzontali sulla superficie **AB**.

Si richiede altresì di descrivere come si individua la retta d'azione delle azioni idrostatiche verticali.

<u>Dati numerici</u>: $L = 5\ m$; $R = 1.50\ m$; $a = 2.75\ m$

Es. 2

Un serbatoio stagno, alimentato da una portata costante, contiene aria, mantenuta a pressione costante, ed acqua, che viene spinta in una condotta di diametro D, che, tramite un gomito flangiato il cui raggio medio di curvatura è R, devia di un angolo α il proprio asse (da verticale a inclinato) ed alimenta a sua volta un serbatoio a superficie libera. Il serbatoio di recapito sfiora, tramite uno stramazzo in parete grossa di larghezza L, su cui si instaura un battente costante h, una portata costante. Si veda la figura 2 per la definizione dei dislivelli assegnati (a, b).
Nell'ipotesi di comportamento ideale del liquido, si richiede:

a) La pressione dell'aria necessaria a mantenere l'impianto in funzione.
b) La portata in circolo nell'impianto.
c) La spinta dinamica sul gomito flangiato.

<u>*Dati numerici:*</u>

$$a = 6\ m;\quad b = 1.80\ m;\quad D = 100\ mm;\quad R = 0.40\ m;\quad \alpha = 45°;\quad L = 0.35\ m;\quad h = 0.10\ m$$

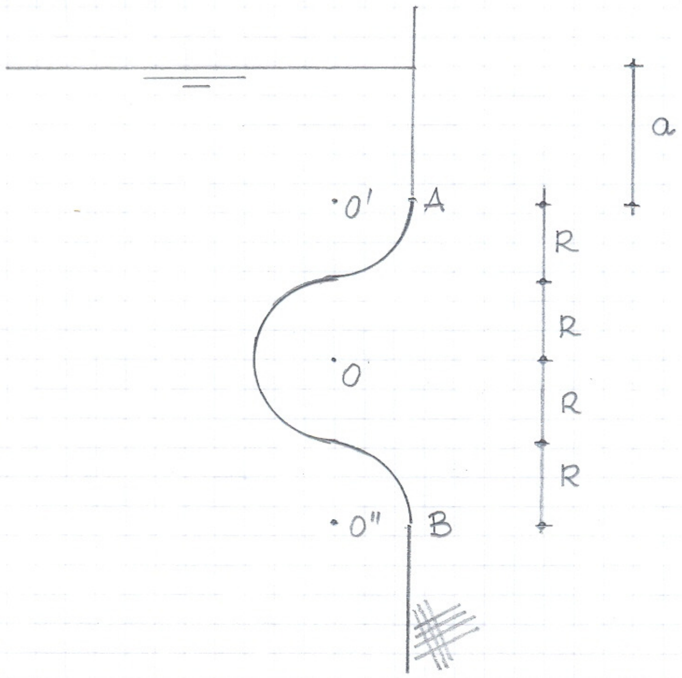
Es. 3

Una rete è costituita da due serbatoi (le cui superfici libere si trovano a quote note z_S, z_T), sette rami, che hanno caratteristiche note (L_k, D_k, ε_k, k=1,2, …,7), quattro nodi (M, N, A, B). I nodi A e B erogano portate note ed uguali, Q_A=Q_B. I versi di percorrenza dei lati sono assegnati in figura. Nelle ipotesi semplificative di moto assolutamente turbolento di parete scabra ovunque e di rete di lunghe condotte, calcolare le portate nei rami ed i carichi nei nodi.

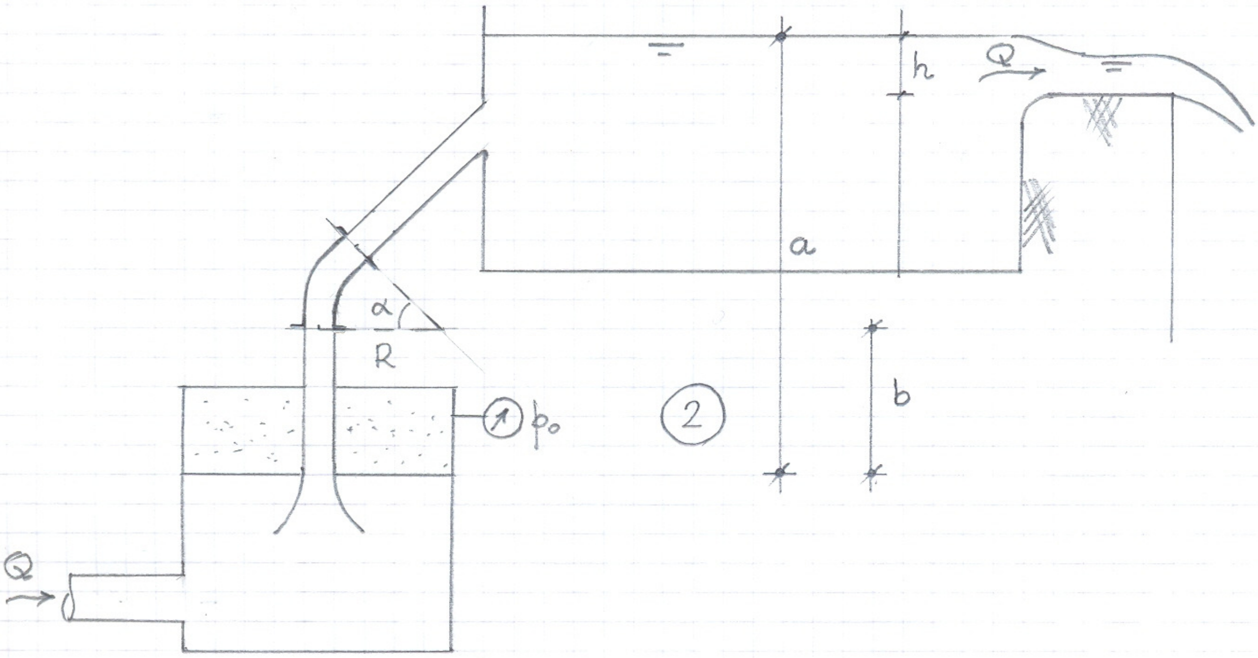
<u>*Dati numerici:*</u>

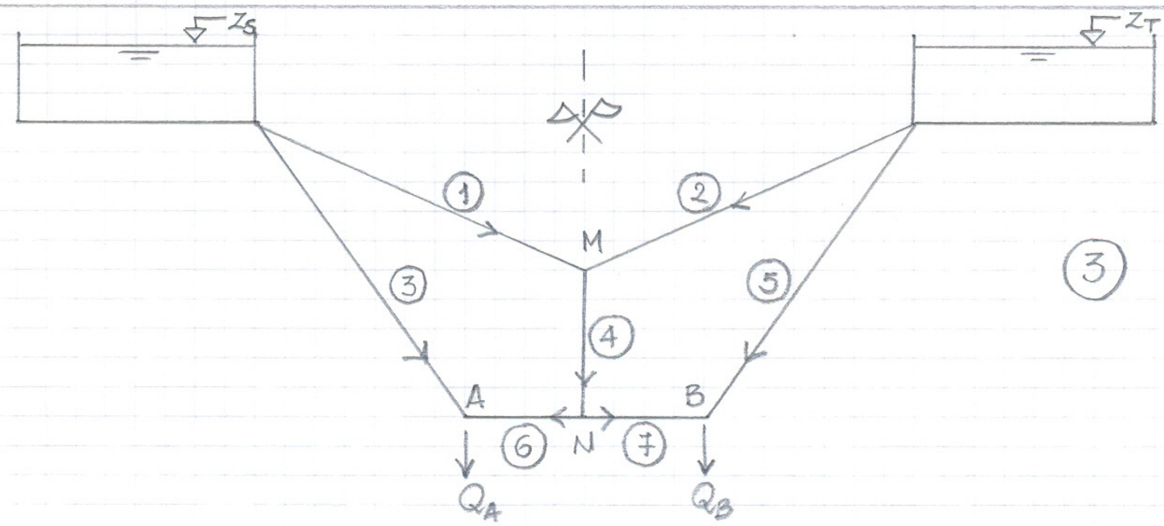
$$z_S = z_T = 120\ m;\quad L = (5\quad 5\quad 5\quad 2\quad 5\quad 1.7\quad 1.7)\ km;$$
$$D = (80\quad 80\quad 80\quad 100\quad 80\quad 80\quad 80)\ mm;\quad \varepsilon_k = 0.30\ mm, \forall k;$$
$$Q_A = Q_B = 7.5\ l/s$$

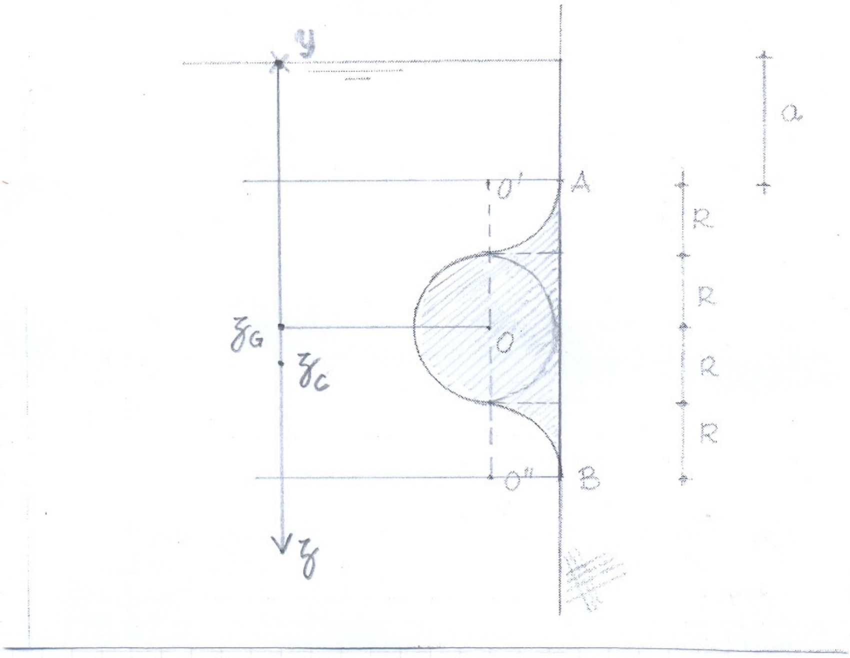
18 · 01 · 2011



1







$$(\rightarrow) \quad F_x = \gamma \overbrace{(a+2R)}^{z_G} (4RL) = 1.69 \cdot 10^6 N = 1.69 MN$$

$$(\uparrow) \quad F_z = \gamma V_{\triangleleft} = 441 \, kN$$

essendo: $V_{\triangleleft} = (\pi R^2) L + A^* L = 4R^2 L = 45 \, m^3$

dove: $A^* = 4\left(R^2 - \frac{\pi R^2}{4}\right) = R^2(4-\pi)$

Affondam. retta d'azione forze orizzontali:

$$z_c = z_G + \frac{J_{yyG}}{S_y} = a + 2R + \frac{\frac{L(4R)^3}{12}}{(4RL)(a+2R)}$$

$$z_c = a + 2R + \frac{1}{12}\frac{(4R)^2}{a+2R} = a + 2R + \frac{4}{3}\frac{R^2}{a+2R} = 6.27 \, m$$

La retta d'azione delle forze verticali giace nel piano medio (nella direzione y, $y \perp x$ e $y \perp z$)

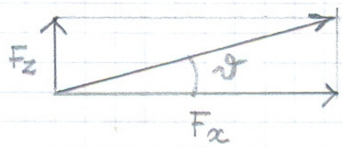
ed ha eq.ne $x = x_G$

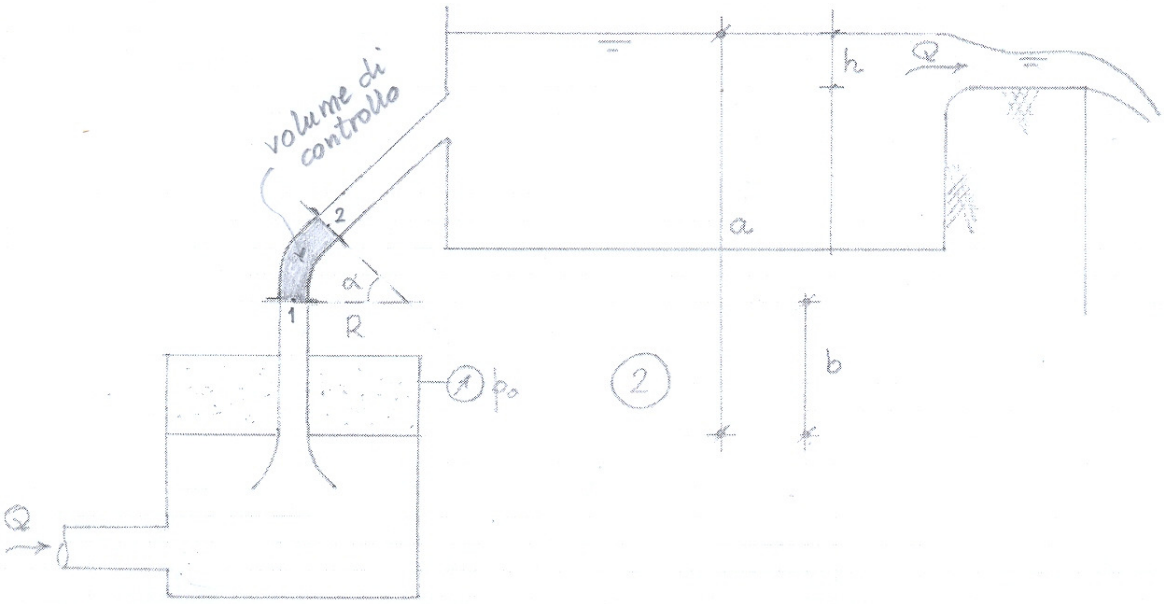
coordinata del baricentro dell'area $A = \pi R^2 + (4-\pi) R^2$

tratteggiata in figura

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_z^2} = 1.75 \, MN$$

$$\vartheta = \operatorname{arctg}\left(\frac{F_z}{F_x}\right) = 14°.6$$





La portata nell'impianto deve essere costante (per rispettare la conservazione della massa), ed è pari a:

$$Q = C_Q \, L h \sqrt{2gh} = 18.9 \ l/s$$

$$C_Q \to \frac{2}{3\sqrt{3}} \simeq 0,385$$

Per mantenere un carico costante, la pressione nel gas (serbatoio A) deve essere $p_0 = \gamma a = 58.8$ kPa

Calcolo della pressione p_1 (TdB 0-1)

$$z_0 + p_0/\gamma = z_1 + p_1/\gamma + \frac{Q^2}{2g\Omega^2} \Rightarrow p_1 = \gamma(a-b) - \rho\frac{Q^2}{2\Omega^2} = 38.3 \text{kPa}$$

Calcolo di p_2 (TdB 1-2)

$$p_2 = p_1 - \gamma(z_2 - z_1) = p_1 - \gamma R \sin\alpha = 35.5 \text{kPa}$$

Bilancio di qdm ($\overline{F}_f$ sul fluido, $\overline{F}_g$ sul gomito)

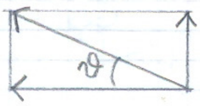
$$F_{fx} - p_2\Omega\sin\alpha = \rho\frac{Q^2}{\Omega}\sin\alpha$$

$$F_{gx} = -\left(p_2\Omega + \rho\frac{Q^2}{\Omega}\right)\sin\alpha = -229 \text{ N} \qquad (\leftarrow)$$

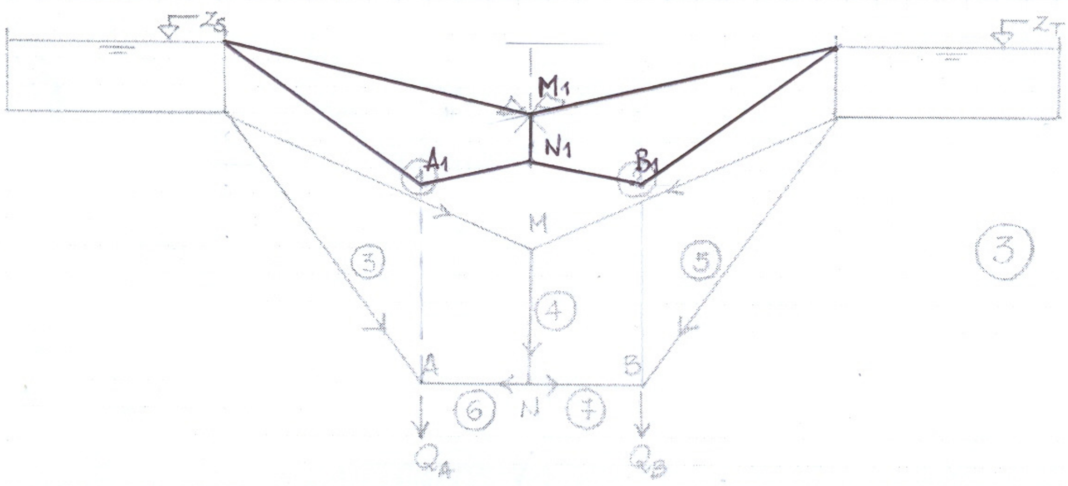
$$F_{fz} - \gamma V + p_1\Omega - p_2\Omega\cos\alpha = \rho\frac{Q^2}{\Omega}\cos\alpha - \rho\frac{Q^2}{\Omega}$$

$$F_{gz} = \left(p_1\Omega + \rho\frac{Q^2}{\Omega}\right) - \left(p_2\Omega + \rho\frac{Q^2}{\Omega}\right)\cos\alpha - \gamma\Omega(\alpha R) = 92.6 \text{ N} \qquad (\uparrow)$$

$$F = \sqrt{F_{gx}^2 + F_{gz}^2} = 247 \text{ N}$$



$\vartheta \simeq 22°$



$$\lambda_k = \left[2.0 \ \log_{10}\left(3.71\frac{D_k}{\epsilon_k}\right)\right]^{-2} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_5 = 0.0279 \\ \lambda_4 = 0.0261 \\ \lambda_6 = \lambda_7 = 0.0279 \end{cases}$$

$$r_k = \frac{8\lambda_k L_k}{g\pi^2 D_k^5} \Rightarrow \begin{cases} r_1 = r_2 = r_3 = r_5 = 3.51 \cdot 10^6 \ m^{-5}s^2 \\ r_4 = 0.432 \cdot 10^6 \ m^{-5}s^2 \\ r_6 = r_7 = 1.19 \cdot 10^6 \ m^{-5}s^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} z_S - h_M = r_1 Q_1^2 \\ h_M - h_N = r_4 Q_4^2 \\ z_S - h_A = r_3 Q_3^2 \\ h_N - h_A = r_6 Q_6^2 \\ 2Q_1 = Q_4 \\ Q_4 = 2Q_6 \\ Q_3 + Q_6 = Q_A \end{cases}$$

$$z_S - h_N = r_1 Q_1^2 + r_4 Q_4^2 = r_1 Q_6^2 + 4 r_4 Q_6^2$$

$$z_S - h_N = r_3 Q_3^2 - r_6 Q_6^2 = r_3 (Q_A - Q_6)^2 - r_6 Q_6^2$$

$$\begin{matrix} Q_1 = Q_6 \\ Q_4 = 2Q_6 \\ Q_3 = Q_A - Q_6 \end{matrix}$$

Eq.ne risolutiva: $(r_1 + 4r_4 - r_3 + r_6) Q_6^2 + 2 r_3 Q_A Q_6 - r_3 Q_A^2 = 0$

Scegliendo la soluz. positiva: $Q_6 = \dfrac{-r_3 Q_A + \sqrt{r_3^2 Q_A^2 + r_3 (r_1 + 4r_4 - r_3 + r_6) Q_A^2}}{(r_1 + 4r_4 - r_3 + r_6)}$

$Q_6 = Q_7 = 3.19 \ l/s$

$Q_1 = Q_2 = 3.19 \ l/s$ $\qquad h_M = z_S - r_1 Q_1^2 = 84.3 \ m$

$Q_4 = 6.37 \ l/s$

$Q_3 = Q_5 = 4.31 \ l/s$ $\qquad h_N = h_M - r_4 Q_4^2 = 66.8 \ m$

$h_A = h_N - r_6 Q_6^2 = 54.6 \ m$