UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI FERRARA
FACOLTÀ DI INGEGNERIA
Corso di Laurea in INGEGNERIA CIVILE e AMBIENTALE
Corso di Laurea in INGEGNERIA MECCANICA

Prova scritta di Idraulica e Meccanica dei Fluidi
***del* 13/11/2014**

Nome		Note del candidato
Cognome		
Matricola		
Prova orale: ***E' necessario iscriversi in rete***		

Es. 1

Su una parete piana, inclinata di un angolo α rispetto ad un piano orizzontale, è praticato un foro di raggio r che viene chiuso (vedi figura) da una sfera di raggio R. Al di sotto della parete si trova un gas a pressione (relativa) costante **incognita** p_0, al di sopra della parete sono sovrapposti (dall'alto verso il basso) uno strato di olio, di peso specifico γ_o e di spessore a, ed uno strato di acqua. La distanza verticale tra la superficie di separazione olio-acqua e il baricentro del foro è b. Supposta la sfera di peso trascurabile, si richiede quale debba essere il valore minimo della pressione p_0 affinché la sfera non lasci il foro. *Assumere che le forze parallele alla parete si scarichino comunque sul bordo del foro*.
Si specifichino le rette di azione delle forze idrostatiche agenti sulla sfera.

<u>*Dati numerici*</u>:

$$\alpha = 30°; \quad \gamma_o = 8350\, N/m^3; \quad a = 0.4\, m; \quad b = 0.6\, m; \quad R = 0.25\, m; \quad r = 0.18\, m$$

Es. 2

Un serbatoio stagno contiene aria, a pressione relativa costante p_0 **incognita**, ed acqua. Esso alimenta, in condizioni di moto permanente, una condotta orizzontale di diametro D, il cui asse si trova ad una distanza verticale a dalla superficie di separazione acqua/aria all'interno del serbatoio. Sulla condotta è innestato un ugello terminale ben sagomato, di diametro d, dal quale fuoriesce un getto libero, che investe un cuneo prismatico avente per sezione un triangolo equilatero. Per tenere fermo il cuneo è necessaria una forza F applicata sull'asse di simmetria. Si richiede di determinare:

- *i)* il valore che deve avere p_0 perché la forza stabilizzante sia F;
- *ii)* la potenza meccanica ceduta al cuneo, nel caso in cui la forza venga rimossa ed il cuneo si muova di moto traslatorio in direzione del getto con una velocità pari a v_t.

<u>*Dati numerici:*</u>

$$a = 1.6\, m; \quad D = 150\, mm; \quad d = 75\, mm; \quad F = 250\, N; \quad v_t = 5\, m/s$$

Es. 3

Un serbatoio A, a quota nota z_A, alimenta per gravità un serbatoio B, anch'esso a quota nota z_B, mediante una condotta di caratteristiche note (L_1, D_1, ε_1), che si biforca, nel nodo N, in due condotte secondarie in parallelo anch'esse di caratteristiche note (L_2, D_2, ε_2) e (L_3, D_3, ε_3). Nel medesimo nodo N si ha anche un'erogazione di portata Q_N.
Si richiede di determinare le portate in ciascun ramo della rete ed il carico nel nodo N, nonché il disegno delle linee dei carichi. Si richiede inoltre di determinare quale dovrebbe essere, a parità di ogni altra condizione, la lunghezza della condotta 3 per ottenere una equiripartizione delle portate tra le condotte 2 e 3. Considerare valide le ipotesi tipiche per le reti di lunghe condotte, trascurando ovunque le perdite concentrate e ipotizzare moto assolutamente turbolento di parete scabra ovunque.

<u>*Dati numerici:*</u>

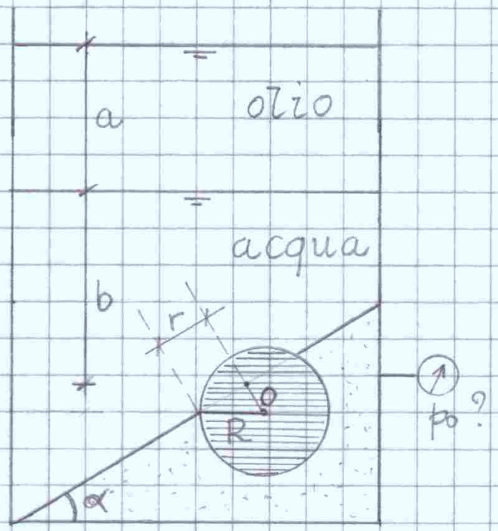
$$z_A = 130\, m; \quad z_B = 50\, m;$$

$$L_{1,2,3} = [6 \quad 4 \quad 4]\, km; \quad D_{1,2,3} = [150 \quad 80 \quad 100]\, mm; \quad \varepsilon_{1,2,3} = [0.40 \quad 0.35 \quad 0.35]\, mm;$$

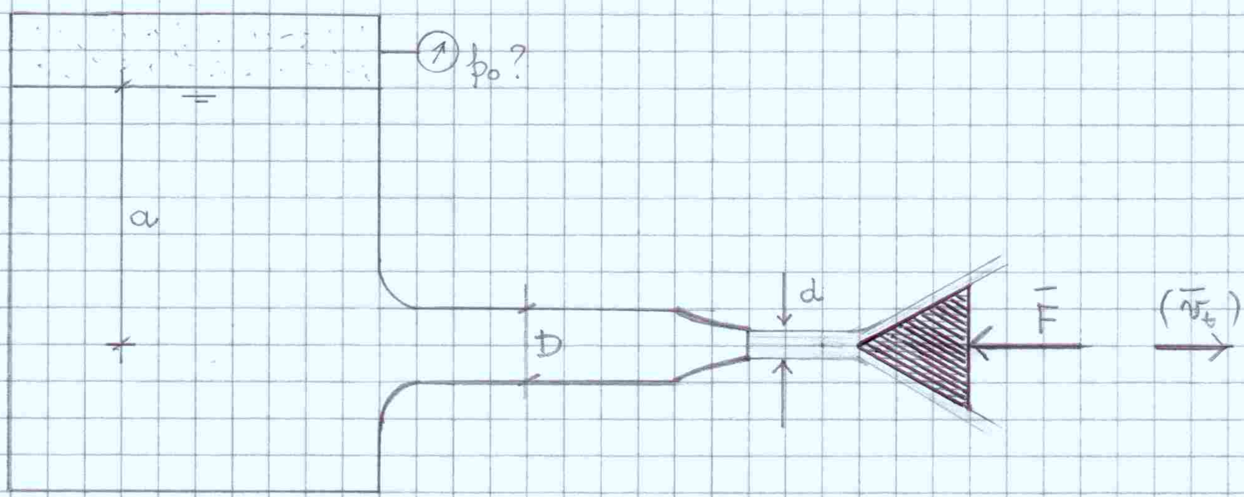
$$Q_N = 6\, l/s$$

13 · 11 · 2014

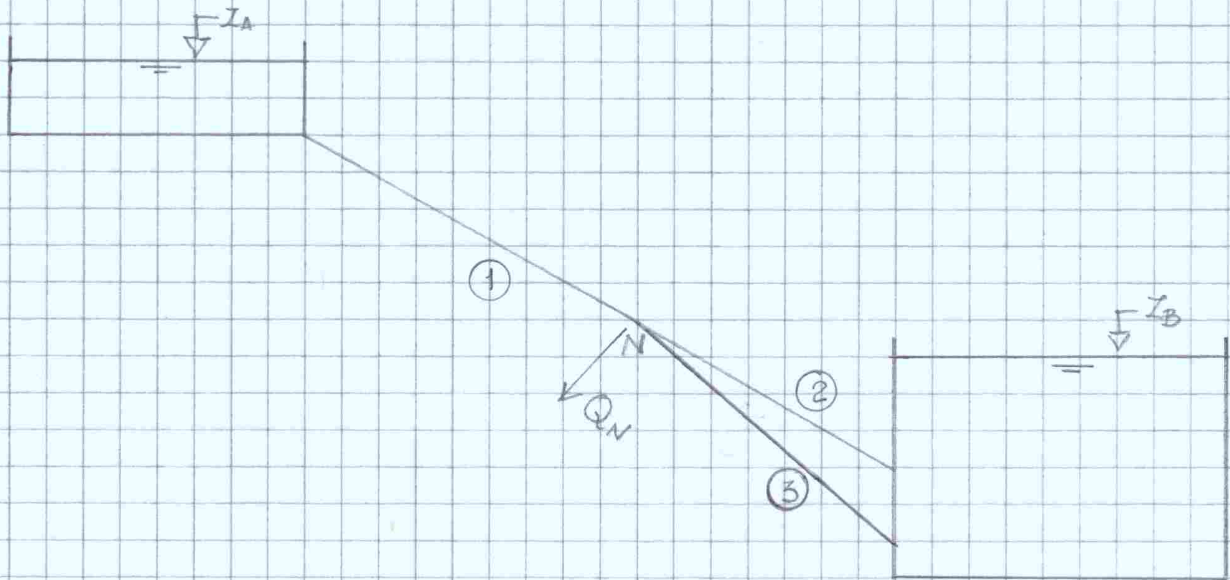
1



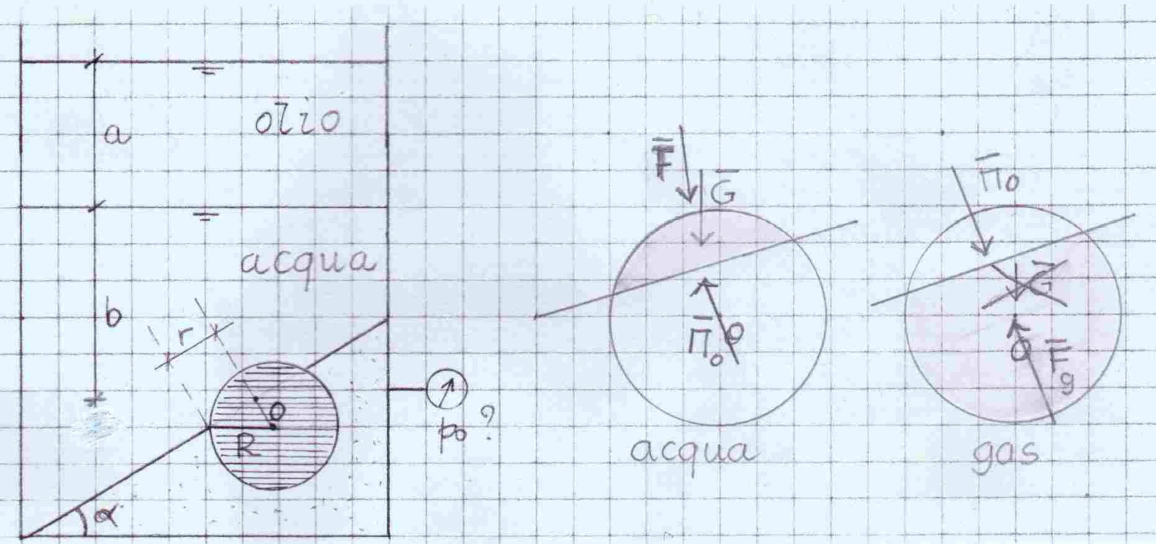
2



3



1



Altezza calotta sferica: $h_c = R - \sqrt{R^2 - r^2} = 0.0765\,m$

Volume calotta sferica: $V_c = \pi h_c^2 \left(R - \frac{h_c}{3}\right) = \frac{\pi h_c}{6}\left(3r^2 + h_c^2\right) = 4.13 \cdot 10^{-3}\,m^3$

$\Pi_0 = \underset{\substack{\downarrow \\ \text{affondamento centro del foro}}}{\gamma \zeta_{0'}} \underset{\substack{\downarrow \\ \text{area del foro}}}{\Omega_0} = \gamma \zeta_{0'} \left(\pi r^2\right) = 939\,N$

$\zeta_0' = \gamma\left(b + \Delta\right) = 0.941\,m$

$\Delta = \frac{\gamma_0}{\gamma} a = 0.341\,m$ — spessore di acqua equivalente allo spessore di olio a

$G = \gamma V_c = 40.5\,N$

Spinta orizzontale acqua: $(\rightarrow)$ $F_x = \Pi_0 \sin\alpha = 469\,N$

Spinta verticale acqua: $(\downarrow)$ $F_z = \Pi_0 \cos\alpha - G = 773\,N$

Risultante: $F = \sqrt{F_x^2 + F_z^2} = 904\,N$

passante per O, contenuta nel piano verticale diametrale e avente una direzione inclinata di $\theta = 58°.7$ rispetto all'orizz.

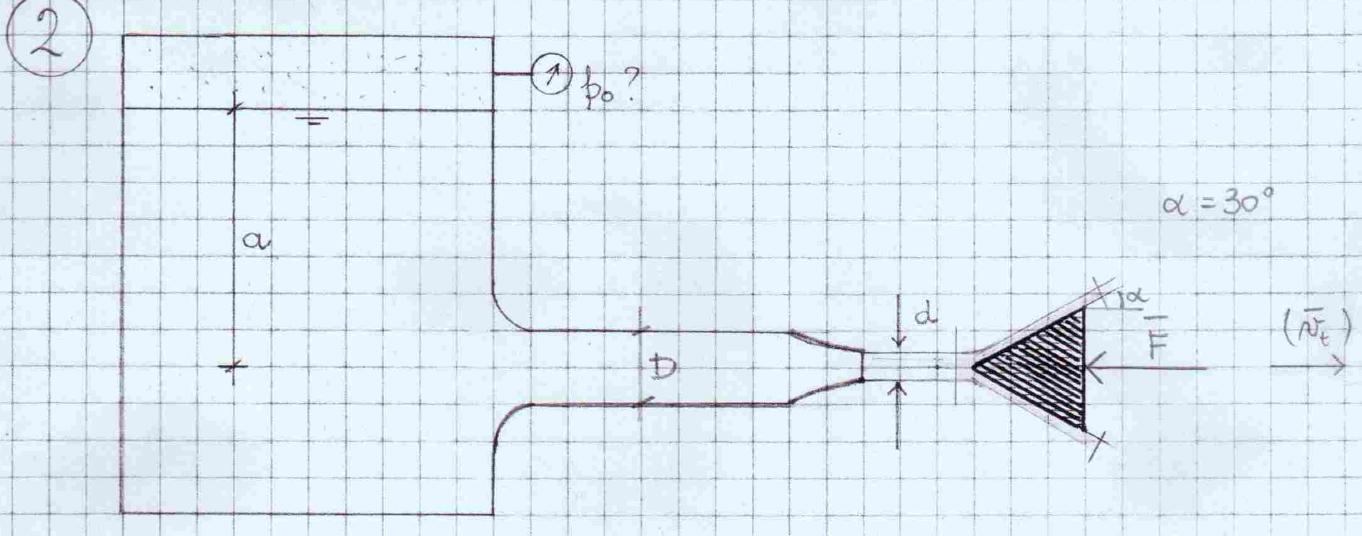
$\left(\theta = \text{arctg}\left|\frac{F_z}{F_x}\right| = 1.025\,rad\right) \Rightarrow F_\perp = F\cos\left(\frac{\pi}{3} - \theta\right) \simeq 904\,N$

La spinta del gas in condiz. limite deve essere uguale e contraria: $F_g = F_\perp$

$F_g = p_0 \cdot (\pi r^2) \Rightarrow p_0 = \frac{F_g}{\pi r^2} = 8.88\,kPa$

retta d'azione per O e perpendicolare al piano.

2



v_c: velocità nella sezione contratta

Bilancio qdm. relativo al volume di controllo indicato:

$$\Pi_x = \underset{\downarrow \text{sul fluido}}{F_{fx}} = M_{ux} - M_{ex} = \rho \frac{Q}{2} v_c \cos\alpha + \rho \frac{Q}{2} v_c \cos\alpha - \rho Q v_c$$

$$\underset{\downarrow \text{sul cuneo}}{F_{cx}} = \rho Q v_c (1-\cos\alpha) = \rho \frac{Q^2}{\omega} (1-\cos\alpha)$$

Equilibrio: $F_{cx} = F$

$$\Rightarrow \quad Q = \sqrt{\frac{F\omega}{\rho(1-\cos\alpha)}} = 90.8 \ l/s$$

$$v_c = \frac{Q}{\omega} = 20.6 \ m/s$$

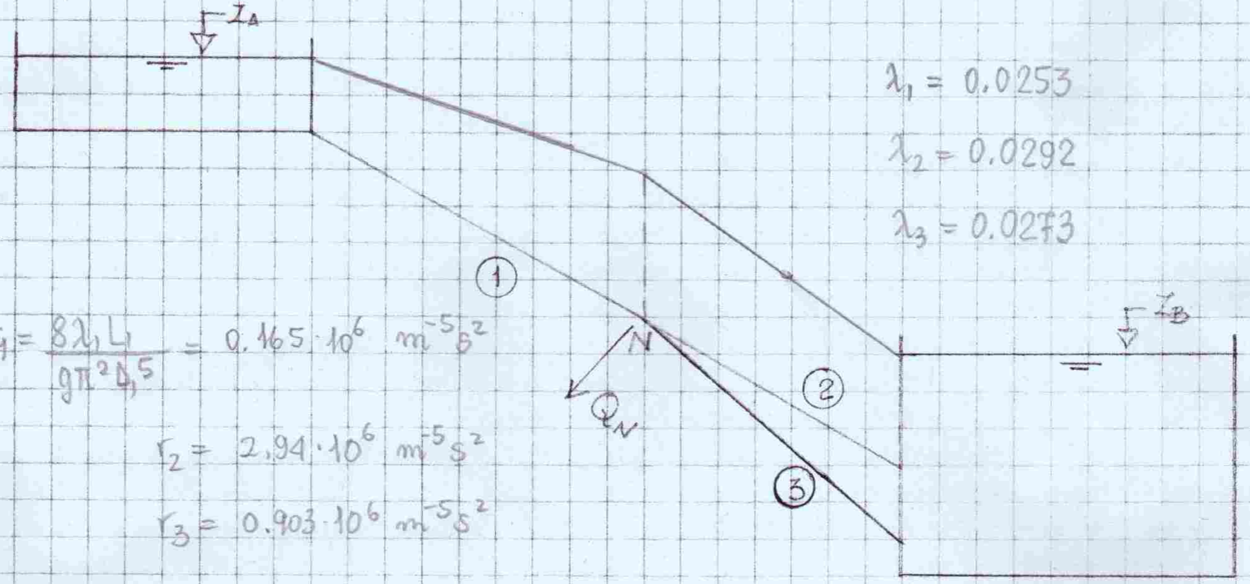
Essendo, dal TdB: $a + \frac{p_0}{\gamma} = \frac{v_c^2}{2g}$

si ricava: $p_0 = \rho \frac{v_c^2}{2} - \gamma a = 196 \ kPa$

Se il cuneo è in moto il bilancio di QdM deve essere fatto utilizzando un sistema di riferimento in moto traslatorio con velocità v_T, dal quale si ottiene la nuova forza sul cuneo, $F_c^* = \rho (v_c - v_T)^2 \omega (1-\cos\alpha) = 143 N$

La potenza meccanica trasmessa è $P^* = F_c^* \cdot v_T = 716 \ W$

3



$\lambda_1 = 0.0253$

$\lambda_2 = 0.0292$

$\lambda_3 = 0.0273$

$$r_1 = \frac{8\lambda_1 L_1}{g\pi^2 D_1^5} = 0.165 \cdot 10^6 \ m^{-5} s^2$$

$$r_2 = 2.94 \cdot 10^6 \ m^{-5} s^2$$

$$r_3 = 0.903 \cdot 10^6 \ m^{-5} s^2$$

$$\begin{cases} z_A - h_N = r_1 Q_1^2 \\ h_N - z_B = r_2 Q_2^2 \\ h_N - z_B = r_3 Q_3^2 \\ Q_1 = Q_N + Q_2 + Q_3 \end{cases}$$

$$z_A - z_B = r_1 Q_1^2 + r_2 Q_2^2$$

$$Q_3 = \sqrt{\frac{r_2}{r_3}} \, Q_2$$

$$Q_1 = Q_N + \underbrace{\left(1 + \sqrt{\frac{r_2}{r_3}}\right)}_{K} Q_2$$

$$z_A - z_B = r_1 \left(Q_N^2 + 2K Q_N Q_2 + K^2 Q_2^2 \right) + r_2 Q_2^2$$

$$(r_2 + r_1 K^2) Q_2^2 + 2(r_1 K Q_N) Q_2 + r_1 Q_N^2 - (z_A - z_B) = 0$$

$$Q_2 = \begin{cases} 3.57 \ l/s \\ \cancel{-4.89} \ l/s \end{cases}$$

$$Q_3 = 6.45 \ l/s$$

$$Q_1 = 16.0 \ l/s$$

$$h_N = z_A - r_1 Q_1^2 = 87.6 \ m$$

$j_1 = 7.1 ‰$
$j_2 = 9.4 ‰$
$j_3 = 9.4 ‰$

Affinché $Q_2 = Q_3$ deve essere $r_2 = r_3^*$ → nuovo valore

L_3^* da: $$\frac{8\lambda_3 L_3^*}{g\pi^2 D_3^5} = \frac{8\lambda_2 L_2}{g\pi^2 D_2^5} \Rightarrow L_3^* = \frac{\lambda_2}{\lambda_3}\left(\frac{D_3}{D_2}\right)^5 L_2 \simeq 13 \ km$$

Ovviamente cambiano i valori delle portate e h_N, ma non sono richiesti.