



Nome		Note del candidato
Cognome		
Matricola		
Data prova orale (<i>E' comunque necessario iscriversi in rete</i>)		

Es. 1

Un cilindro ad asse orizzontale avente raggio di base R e lunghezza L , occlude un foro rettangolare di dimensioni $r \times L$, praticato su un piano inclinato α rispetto ad un piano orizzontale. L'affondamento del baricentro del foro, rispetto alla superficie liquida dell'acqua che lambisce la porzione minore del cilindro è noto e pari ad h_0 . La porzione di cilindro di volume maggiore è lambita da un gas in quiete a pressione costante p_0 nota. Si richiede il calcolo delle risultanti delle azioni idrostatiche (sia compressive che, separatamente, del gas e dell'acqua) sul cilindro (specificare modulo, direzione e retta di applicazione).

Dati numerici: $R = 20$ cm; $L = 200$ cm; $r = 20$ cm; $\alpha = 30^\circ$; $h_0 = 40$ cm; $p_0 = 3 \cdot 10^4$ Pa;

Es. 2

Un serbatoio contiene aria, mantenuta a pressione relativa costante pari a p_0 , ed acqua, mantenuta a livello costante h_0 . Sul fondo del serbatoio, una luce a battente in parete sottile circolare di diametro d , consente l'efflusso di un getto verticale caratterizzato da una portata Q , che investe una piastra piana orizzontale distante L dalla luce. Il coefficiente di contrazione della luce è noto, pari a C_c .

Nell'ipotesi di comportamento ideale del liquido, si richiede:

- la determinazione della pressione p_0 necessaria all'efflusso della portata Q ;
- la determinazione della spinta sulla piastra (precisare modulo, direzione e verso della forza);
- la potenza trasmessa alla piastra, se questa si muove di moto traslatorio uniforme in direzione verticale concorde a quella del getto con velocità pari a v_p .

Dati numerici: $Q = 50$ l/s; $h_0 = 4$ m; $d = 60$ mm; $L = 2.5$ m; $C_c = 0.64$; $v_p = 5$ m/s;

Es. 3

In un sistema di lunghe condotte un serbatoio, la cui superficie libera è mantenuta a quota costante z_A , alimenta due serbatoi la cui superficie libera si trova a quota maggiore z_B e z_C , per effetto dell'inserimento di una pompa centrifuga di cui è noto il rendimento η . Le caratteristiche (lunghezza L , diametro D , scabrezza ε) delle tre condotte sono tutte note. Tramite un torrino piezometrico è noto il carico nel nodo, pari ad h_N . Si richiede la determinazione della potenza della pompa e delle portate nei tre rami della rete, nonché il tracciamento della linea dei carichi, nell'ipotesi di moto assolutamente turbolento di parete scabra.

Dati numerici: $h_N = 165$ m; $\eta = 0.88$;

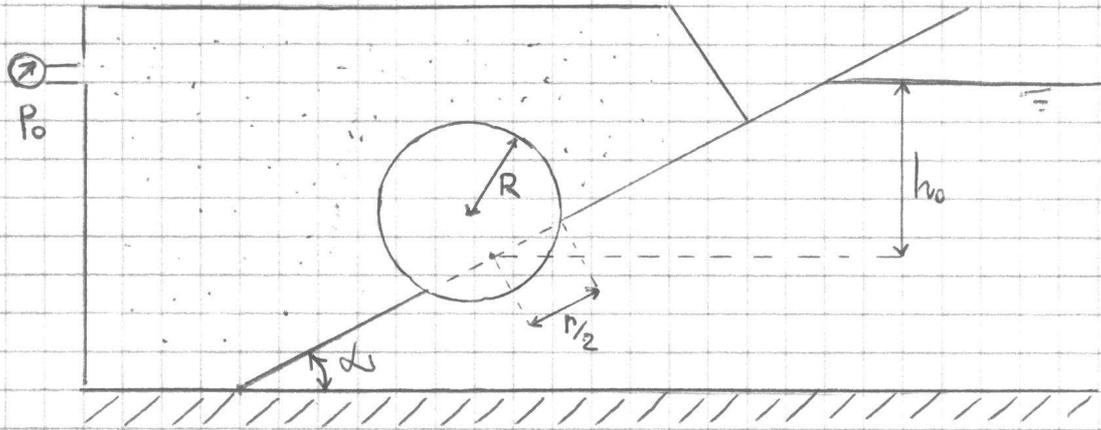
$z_A = 130$ m; $L_1 = 1500$ m; $D_1 = 300$ mm; $\varepsilon_1 = 0.5$ mm;

$z_B = 145$ m; $L_2 = 400$ m; $D_2 = 200$ mm; $\varepsilon_2 = 0.5$ mm;

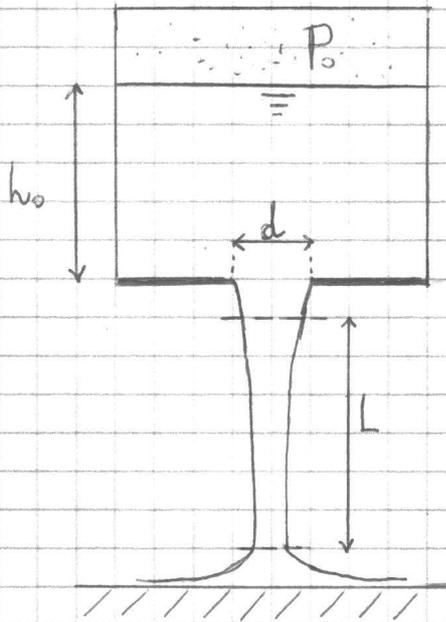
$z_C = 155$ m; $L_3 = 900$ m; $D_3 = 200$ mm; $\varepsilon_3 = 0.5$ mm;

15/06/2011

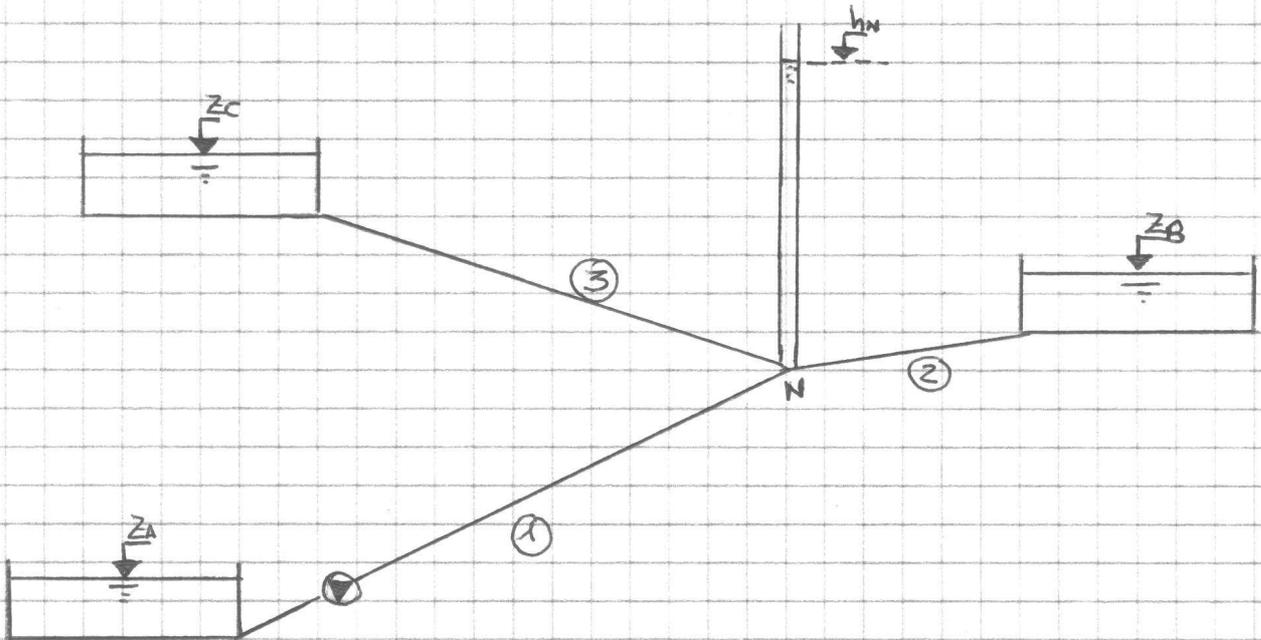
1



2

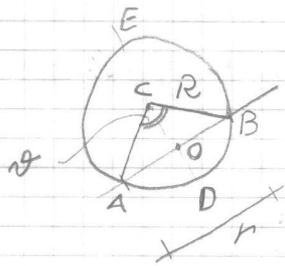


3



ESERCIZIO 1

15/06/2011



$$R \cdot \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{r}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \theta = 2 \sin^{-1}\left(\frac{r}{2R}\right) = \frac{\pi}{3} \text{ il triangolo ABC è rettangolo}$$

$$\Omega_{ADB} = \Omega_s = \frac{1}{2} R^2 (\theta - \sin \theta) = 0,00362 \text{ m}^2$$

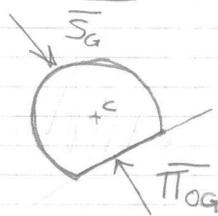
$$\Omega_{ABE} = \Omega_c = \pi R^2 - \Omega_s = 0,12204 \text{ m}^2$$

$$\Omega_f = r \cdot L = 0,4 \text{ m}^2 \text{ (area foro)}$$

$$V_s = \Omega_s L = 0,00725 \text{ m}^3$$

$$V_c = \Omega_c L = 0,24408 \text{ m}^3$$

GAS



$$\bar{S}_G + \bar{\Pi}_{OG} = 0$$

$$|\bar{\Pi}_{OG}| = p_0 \Omega_f = 120 \text{ KN}$$

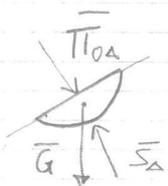
$$|\bar{S}_G| = p_0 \Omega_f = 12,0 \text{ KN}$$

$$(\rightarrow) S_{Gx} = p_0 \Omega_f \sin \alpha = 6,00 \text{ KN}$$

$$(\downarrow) S_{Gz} = p_0 \Omega_f \cos \alpha = 10,4 \text{ KN}$$

retta d'azione passante per C e perpendicolare alla superficie AB

ACQUA



$$\bar{S}_A + \bar{\Pi}_{OA} + \bar{G} = 0$$

$$|\bar{\Pi}_{OA}| = \rho h_0 \Omega_f = 1,57 \text{ KN}$$

$$|\bar{G}| = V_c \rho = 0,071 \text{ KN}$$

$$(\leftarrow) S_{Ax} = |\bar{\Pi}_{OA}| \sin \alpha = \rho h_0 \Omega_f \sin \alpha = 0,784 \text{ KN}$$

$$(\uparrow) S_{Az} = |\bar{\Pi}_{OA}| \cos \alpha + V_c \rho = \rho h_0 \Omega_f \cos \alpha + V_c \rho = 1,43 \text{ KN}$$

$$|\bar{S}_A| = \sqrt{S_{Ax}^2 + S_{Az}^2} = 1,63 \text{ KN}$$

retta d'azione passante per C

RISULTANTE

$$(\rightarrow) \quad S_x = S_{Gx} - S_{Ax} = (p_0 - \gamma h_0) R_f \sin \alpha = 5,22 \text{ KN}$$

$$(\uparrow) \quad S_z = S_{Gz} - S_{Az} = (p_0 - \gamma h_0) R_f \cos \alpha - V_c \gamma = 8,96 \text{ KN}$$

$$|\vec{S}| = \sqrt{S_x^2 + S_z^2} = 10,37 \text{ KN}$$

$$\vartheta = \tan^{-1} \left(\frac{S_z}{S_x} \right) = 1,04 \approx 60^\circ$$

ESERCIZIO 2

$$\Omega_d = \frac{\pi d^2}{4} = 0,0028 \text{ m}^2 \text{ area foro}$$

$$\Omega_c = C_c \Omega_d = 0,0018 \text{ m}^2 \text{ area contratta}$$

$$U_c = \frac{Q}{\Omega_c} = 27,63 \text{ m/s}$$

TdB O-C

$$z_0 + \frac{p_0}{\gamma} = z_c + \frac{U_c^2}{2g} \Rightarrow p_0 = \overbrace{(z_c - z_0)}^{-h_0} \cdot \gamma + \rho \frac{U_c^2}{2} \Rightarrow$$

$$p_0 = \rho \frac{U_c^2}{2} - h_0 \gamma = 3,425 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 3,425 \text{ bar}$$

TdB C-P

$$z_c + \frac{U_c^2}{2g} = z_p + \frac{U_p^2}{2g} \Rightarrow U_p^2 = \overbrace{(z_c - z_p)}^L 2g + U_c^2 \Rightarrow$$

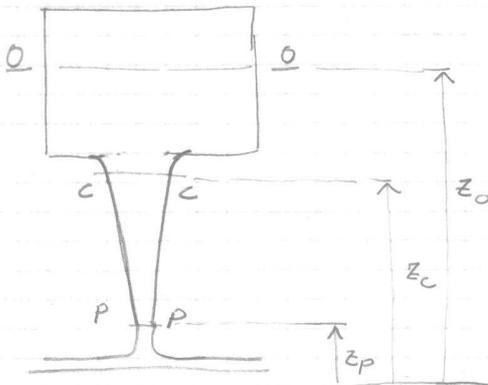
$$U_p = \sqrt{2gL + U_c^2} = 28,50 \text{ m/s}$$

Spinta

$$S_p = \rho Q U_p = 1,425 \cdot 10^3 \text{ N} = 1,425 \text{ kN}$$

Potenza con piastra in moto

$$P = \rho (U_p - v_p)^2 \cdot \left(\frac{Q}{U_p}\right) \cdot v_p = 4,8 \text{ kW}$$



ESERCIZIO 3

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_k}} = 2.0 \log_{10} \left(3.71 \frac{D_k}{\epsilon_k} \right) \Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = 0.0223 \\ \lambda_2 = \lambda_3 = 0.0249 \end{cases}$$

$$r_k = \frac{8 \lambda_k L_k}{g \pi^2 D_k^5} \Rightarrow \begin{cases} r_1 = 1.138 \text{ m}^{-5} \text{ s}^2 \\ r_2 = 2.569 \text{ m}^{-5} \text{ s}^2 \\ r_3 = 5.779 \text{ m}^{-5} \text{ s}^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} H_N - H_B = r_2 Q_2^2 \\ H_N - H_C = r_3 Q_3^2 \\ H_A + \Delta H - H_N = r_1 Q_1^2 \\ Q_1 = Q_2 + Q_3 \end{cases}$$

Ip semplificative $H_A \approx z_A$ $H_B \approx z_B$ $H_C \approx z_C$ $H_N \approx h_N$

$$\begin{cases} h_N - z_B = r_2 Q_2^2 \\ h_N - z_C = r_3 Q_3^2 \\ z_A + \Delta H - h_N = r_1 Q_1^2 \\ Q_1 = Q_2 + Q_3 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} Q_2 = \sqrt{\frac{h_N - z_B}{r_2}} = 88,2 \text{ l/s} \\ Q_3 = \sqrt{\frac{h_N - z_C}{r_3}} = 41,6 \text{ l/s} \\ Q_1 = Q_2 + Q_3 = 129,8 \text{ l/s} \\ \Delta H = (h_N - z_A) + r_1 Q_1^2 = 54,2 \text{ m} \end{cases}$$

$$P = \rho g Q \Delta H = 78,4 \text{ kW}$$

