



Nome		<i>Note del candidato</i>
Cognome		
Matricola		
Data prova orale ( <i>E' comunque necessario iscriversi in rete</i> )		

### Es. 1

Una paratoia a doppia curvatura ha la superficie bagnata costituita dall'assemblaggio di un quarto di sfera di raggio  $R$  e di un semicilindro innestato sul quarto di sfera, la cui base è un semicerchio di raggio  $R$  e la cui altezza è pari ad  $a$ . Si richiede di determinare la risultante delle azioni idrostatiche sulla paratoia (modulo, direzione, verso). La determinazione della retta d'azione della risultante comporta una valutazione premiante (+30%) dell'esercizio.

Dati numerici:  $a = 2 \text{ m}$ ;  $R = 1.50 \text{ m}$

### Es. 2

Un serbatoio alimenta, mediante una pompa assiale di potenza nota  $P$ , una condotta, di diametro  $D$ , ad U rovesciato, che termina con un ugello ben sagomato, il quale emette un getto libero verticale. Il tratto centrale della condotta, flangiato nelle sezioni A e B, è costituito da un tratto rettilineo di lunghezza  $L$  e da due curve a  $90^\circ$  aventi raggio di curvatura medio  $R$ . Sono note la quota  $a$  del baricentro dell'ugello rispetto alla superficie libera e le quote dei baricentri delle sezioni A e B, identiche e pari a  $b$ .

Nell'ipotesi di comportamento ideale del liquido (e della pompa), si richiede:

- La portata circolante nell'impianto.
- La spinta dinamica sul tratto AB di condotta.

Dati numerici:

$$P = 750 \text{ W}; \quad a = 0.5 \text{ m}; \quad b = 1.20 \text{ m}; \quad D = 80 \text{ mm}; \quad d = 35 \text{ mm}; \quad R = 0.30 \text{ m}; \quad L = 1.25 \text{ m}$$

### Es. 3

Una rete è costituita da un serbatoio (le cui superficie libera si trova alla quota note  $z_A$ ), sei rami, che hanno caratteristiche note ( $L_k, D_k, \varepsilon_k, k=1,2, \dots, 6$ ), quattro nodi (K, L, M, N). I nodi L e M erogano portate note ed uguali,  $Q_L=Q_M$ ; il nodo N eroga la portata nota  $Q_N$ . Nelle ipotesi semplificative di moto assolutamente turbolento di parete scabra ovunque e di rete di lunghe condotte, calcolare le portate nei rami ed i carichi nei nodi. Calcolare altresì le cadenti relative a tutti i lati.

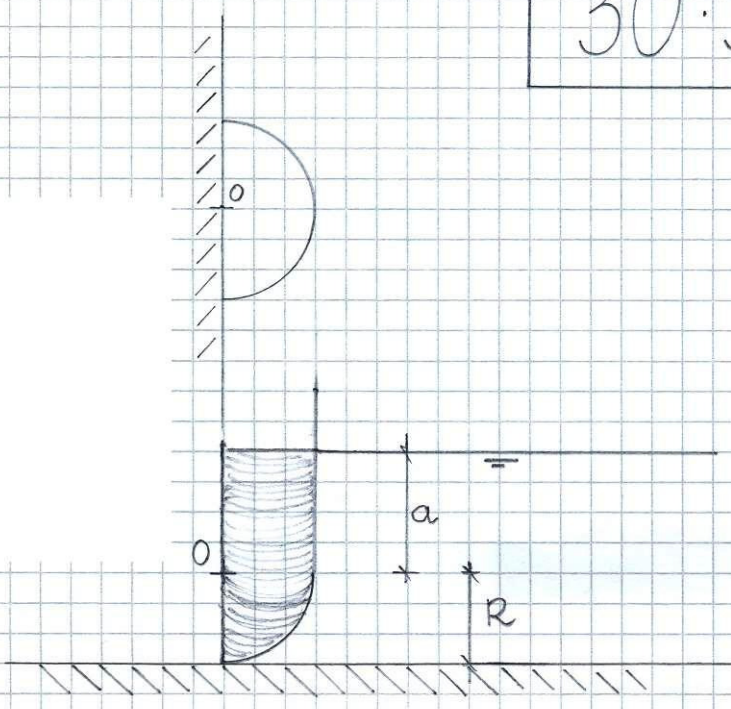
$$z_A = 700 \text{ m}; \quad L = (8 \quad 7 \quad 7 \quad 12 \quad 7 \quad 7) \text{ km};$$

Dati numerici:  $D = (150 \quad 125 \quad 125 \quad 80 \quad 80 \quad 80) \text{ mm}; \quad \varepsilon_k = 0.35 \text{ mm}, \forall k;$

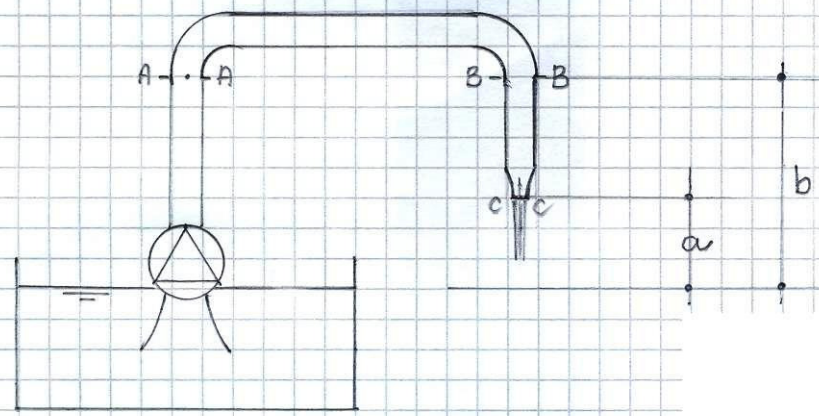
$$Q_L = Q_M = 8 \text{ l/s}; \quad Q_N = 10 \text{ l/s}$$

30.3.2011

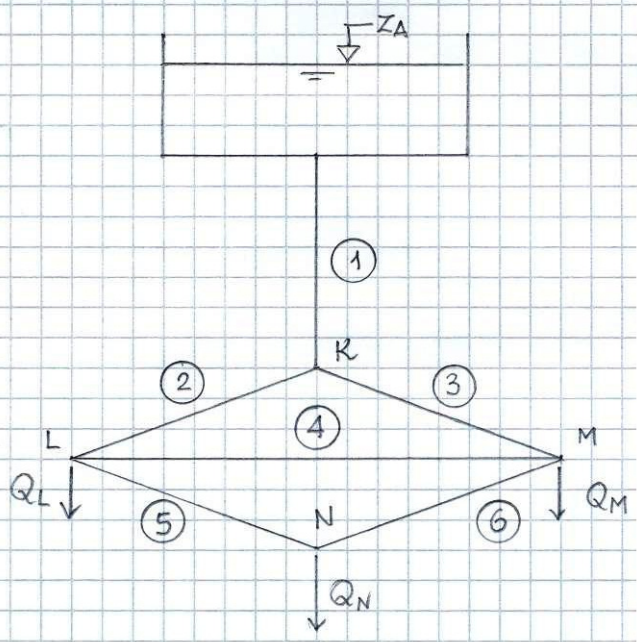
1

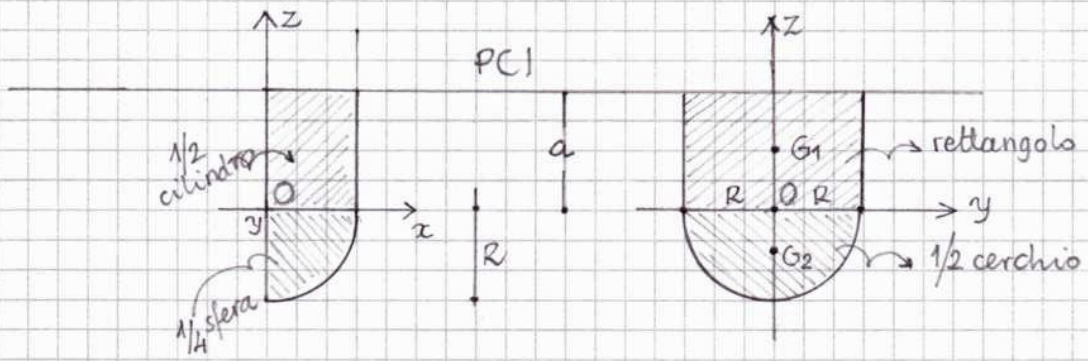


2



3





Risultante : nel piano (xz)

$$(\uparrow) F_z = \gamma \frac{V_{sf}}{4} + \gamma \frac{V_{cil}}{2} = \gamma \frac{1}{3} \pi R^3 + \gamma \frac{\pi R^2}{2} a = \gamma \pi R^2 \left( \frac{R}{3} + \frac{a}{2} \right)$$

essendo  $\left\{ \begin{array}{l} V_{sf} = \frac{4}{3} \pi R^3 \\ V_{cil} = \pi R^2 \cdot a \end{array} \right.$

$$(\uparrow) F_z = 104 \text{ kN}$$

$F_y = 0$  per simmetria

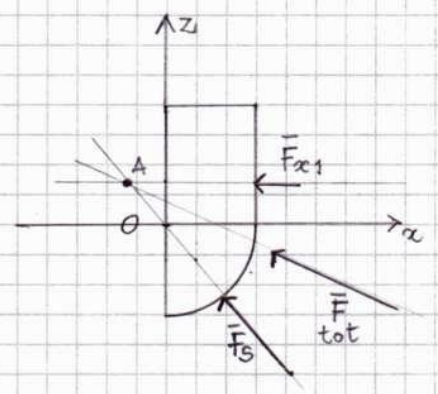
$$(\leftarrow) F_x = \gamma \frac{a}{2} (2R \cdot a) + \gamma \left( a + \frac{4}{3\pi} R \right) \left( \frac{\pi R^2}{2} \right)$$

$$\left[ \begin{array}{l} F_{x1} = 58.8 \text{ kN} \\ F_{x2} = 91.4 \text{ kN} \end{array} \right]$$

$$F_x = \gamma \left[ R a^2 + \left( a + \frac{4}{3\pi} R \right) \left( \frac{\pi R^2}{2} \right) \right] = 150 \text{ kN}$$

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_z^2} = 183 \text{ kN}$$

$$\vartheta = \text{arctg} \left| \frac{F_z}{F_x} \right| = 34.7^\circ$$



Sul quarto di sfera agisce una forza

$$F_s = \sqrt{F_{x2}^2 + F_z^2} = 138 \text{ kN} \text{ applicata in } O$$

con retta d'azione inclinata di

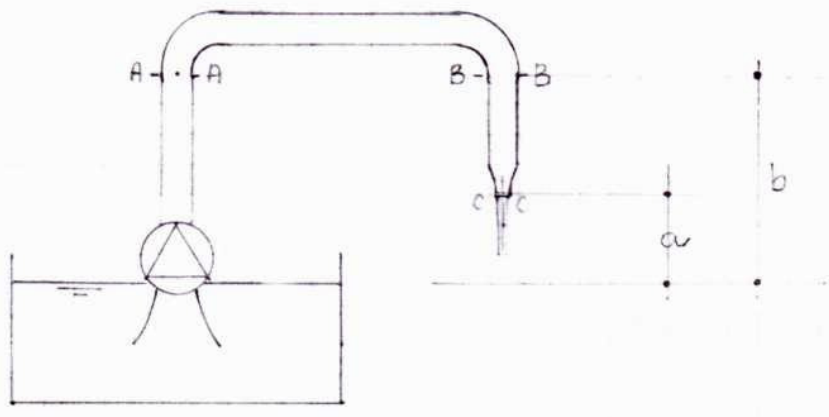
$$\vartheta_1 = \text{arctg} \left| \frac{F_z}{F_{x2}} \right| = 48.7^\circ \text{ di eq.ne } z = - \frac{1.138}{\left| \frac{F_z}{F_{x2}} \right|} x$$

Sul semicilindro agisce una forza orizzontale

$$F_{x1} = 58.8 \text{ kN} \text{ applicata sulla retta di equazione } z = \frac{a}{3} \text{ (affondam } \frac{2}{3} a \text{)} \\ (z = 0.667 \text{ m})$$

Il punto di applicaz. della risultante è quindi

$$x = - \left| \frac{F_{x2}}{F_z} \right| \frac{a}{3}; \quad z = \frac{a}{3} \text{ cioè } x_A = -0.586 \text{ m}; \quad z_A = 0.667 \text{ m}$$



BILANCIO CARICHI sez. 0-0 (pelo libero serbatoio) C-C (sez. contratta)

$$\begin{cases} z_c + \frac{Q^2}{2g\omega^2} = z_0 + \underbrace{\Delta H}_{\text{prevalenza pompa}} \\ P = \gamma Q \Delta H \end{cases} \Rightarrow a + \frac{Q^2}{2g\omega^2} = \frac{P}{\gamma Q}$$

$$Q^3 + (2ga\omega^2)Q - \frac{2\omega^2 P}{\gamma} = 0$$

$$\Rightarrow Q = 10.9 \text{ l/s}$$

TdB B-C

$$z_B + \frac{p_B}{\gamma} + \frac{Q^2}{2g\omega^2} = z_c + \frac{Q^2}{2g\omega^2}$$

$$p_B = -\gamma(z_B - z_c) + \gamma \frac{Q^2}{2g\omega^2} - \gamma \frac{Q^2}{2g\omega^2}$$

$$p_B = -\gamma(b-a) + \frac{\rho Q^2}{2\omega^2} \left(1 - \frac{d^4}{D^4}\right) = 54.8 \text{ kPa}$$

( $\approx p_A$ )

Bilancio QdM ( $\bar{F}_f$  sul fluido;  $\bar{F}_g$  sul gomito)

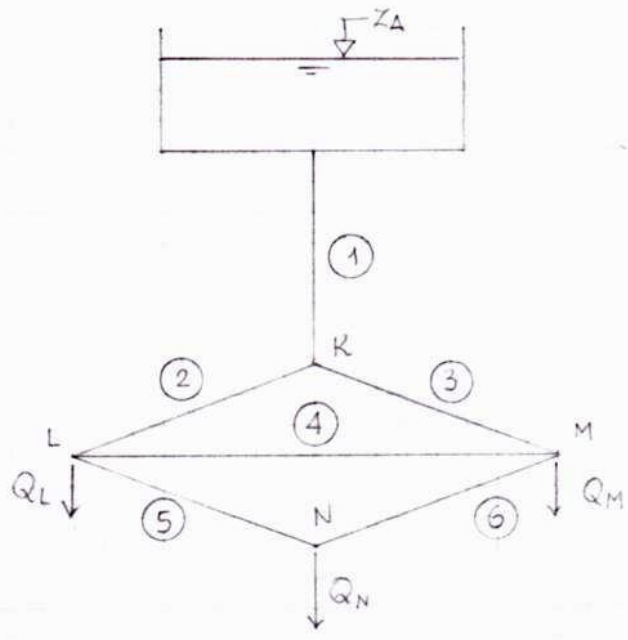
x)  $F_{gx} = 0$

z)  $F_{fz} + p_A \Omega + p_B \Omega - G_z =$   
 $= -\frac{\rho Q^2}{\Omega} - \frac{\rho Q^2}{\Omega}$

$|\bar{G}| = \gamma \Omega [L + \pi R]$   
 $G_z = |\bar{G}| = 108 \text{ N}$

( $\uparrow$ )  $F_{gz} = 2p_B \Omega + \frac{2\rho Q^2}{\Omega} - G_z$   
 ( $\uparrow$ )  $F_{gz} = +490 \text{ kN}$

$\bar{F}_g = F_{gz} \bar{e}_z$  (verticale diretta verso l'alto)



$$\lambda_k = 2.0 \log_{10} \left( 3.71 \frac{D_k}{\epsilon_k} \right) \Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = 0.0244 \\ \lambda_2 = \lambda_3 = 0.0256 \\ \lambda_5 = \lambda_6 = 0.0292 \end{cases}$$

$$r_k = \frac{8 \lambda_k L_k}{g \pi^2 D_k^5} \Rightarrow \begin{cases} r_1 = 2.12 \cdot 10^5 \text{ m}^{-5 \text{ s}^2} \\ r_2 = r_3 = 4.86 \cdot 10^5 \text{ " " } \\ r_5 = r_6 = 5.15 \cdot 10^6 \text{ " " } \end{cases}$$

$$H_L = H_M \Rightarrow Q_4 = 0$$

$$Q_1 = 2Q_2 \quad \rightarrow \quad Q_1 = 2Q_2 + Q_N = 26 \frac{\text{l}}{\text{s}}$$

$$Q_2 = Q_L + Q_5 \quad \rightarrow \quad Q_2 = Q_L + Q_N/2 = Q_3 = 13 \frac{\text{l}}{\text{s}}$$

$$2Q_5 = Q_N \quad \rightarrow \quad Q_5 = Q_N/2 = Q_6 = 5 \frac{\text{l}}{\text{s}}$$

$$z_A - H_K = r_1 Q_1^2 \quad \rightarrow \quad H_K = z_A - r_1 Q_1^2 = 556.4 \text{ m}$$

$$H_K - H_L = r_2 Q_2^2 \quad \rightarrow \quad H_L = H_K - r_2 Q_2^2 = H_M = 474.2 \text{ m}$$

$$H_L - H_N = r_5 Q_5^2 \quad \rightarrow \quad H_N = H_L - r_5 Q_5^2 = 345.5 \text{ m}$$

$$j_1 = 1.79\%$$

$$j_2 = j_3 = 1.17\%$$

$$j_4 = 0$$

$$j_5 = j_6 = 1.84\%$$