UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI FERRARA
FACOLTÀ DI INGEGNERIA
CdL in ING. CIVILE; CdL ING. CIVILE–AMBIENTALE
CdL in INGEGNERIA MECCANICA

Prova scritta di Idraulica, Idraulica I e Meccanica dei Fluidi del 1/12/2010

Nome		***Note del candidato***
Cognome		
Matricola		
Data prova orale ***(E' comunque necessario iscriversi in rete)***		

Es. 1 (*Il punto a) vale 8 punti ed il punto b) vale 5 punti*)

Un serbatoio ha una superficie laterale generata dalla rotazione di un'iperbole intorno ad un asse verticale. L'equazione di tale superficie, in un sistema di riferimento (r, z) nel quale l'asse z è quello verticale di simmetria e l'asse r è quello orizzontale passante per i vertici dell'iperbole (si veda la figura 1) è:

$$z = \sqrt{r^2 - a^2}$$

Si richiede di determinare:

(a) La spinta idrostatica sulla superficie laterale del serbatoio quando il livello dell'acqua è pari a $z = b$;

(b) Quale debba essere il livello z_* nel serbatoio affinché la spinta idrostatica sulla superficie laterale del serbatoio sia nulla.

<u>*Dati numerici*</u>: $a = 2\ m;\quad b = 2\ m$

Es. 2

Un serbatoio alimenta, mediante una condotta cilindrica di diametro D, un pezzo speciale flangiato sul quale sono innestati tre ugelli ben sagomati, uno ad asse orizzontale avente un diametro dell'ugello d_1, uno ad asse inclinato di un angolo α rispetto all'orizzontale avente diametro dell'ugello d_2 , uno ad asse verticale avente diametro dell'ugello d_3 . Le quote dei baricentri delle sezioni contratte rispetto alla superficie libera del serbatoio sono assegnate (si veda la figura 2). Nell'ipotesi di comportamento ideale del liquido, si richiede:

a) La portata totale uscente dal serbatoio.
b) Quale debba essere il valore dell'angolo α affinché la spinta verticale sul pezzo speciale sia nulla (nell'ipotesi semplificativa di forze di massa trascurabili rispetto alle forze di superficie).
c) Quale sia il vincolo che la geometria del sistema deve rispettare perché il punto b) abbia soluzione, nel campo di variabilità di α seguente: $0 < \alpha \le \pi/2$. Per risolvere questo punto, operare sui dati letterali del problema.
d) La spinta orizzontale sul pezzo speciale, per il valore di α determinato al punto b).

<u>*Dati numerici:*</u>

$$D = 150\ mm;\quad d_1 = 50\ mm;\quad d_2 = 45\ mm;\quad d_3 = 35\ mm;\quad a = 5\ m;\quad b = 1\ m;\quad c = 1.25\ m$$

Es. 3

Una rete è costituita da due serbatoi (le cui superfici libere si trovano a quote note z_A , z_B), che alimentano (uno a gravità mediante il ramo 1 e l'altro mediante pompa centrifuga, inserita nel ramo 2, di rendimento noto η_P), una condotta (ramo 3) munita di ugello finale ben sagomato, il cui baricentro si trova ad una quota nota z_C . Sono note le caratteristiche delle condotte (lunghezza, diametro e scabrezza), il diametro dell'ugello d_3 e la velocità in uscita alla sezione contratta v_c. Si richiede di determinare tutte le portate nei rami ed il carico nel nodo N, la potenza della pompa. Ipotizzare moto assolutamente turbolento di parete scabra ovunque e assumere valide le ipotesi tipiche delle reti di lunghe condotte, salvo considerare ideale il comportamento del fluido nell'ugello terminale e nel relativo getto (cioè dalla sezione D in poi). Disegnare altresì il diagramma del carico totale.

<u>*Dati numerici:*</u>

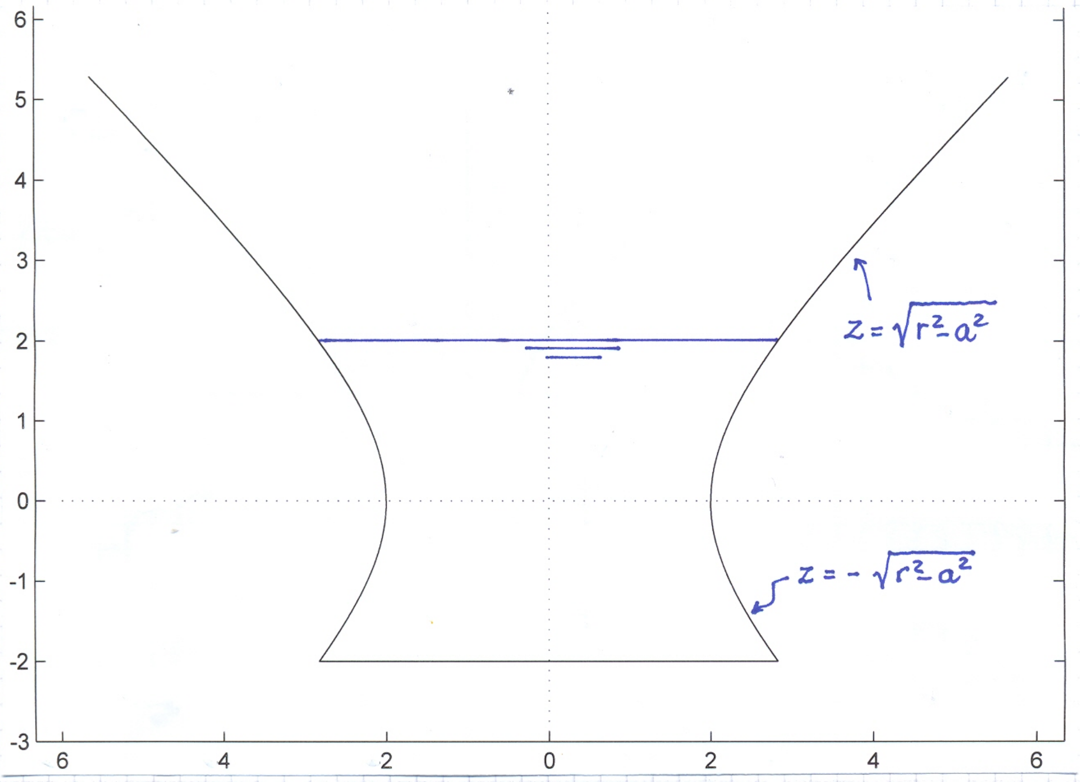
$$(z_A \quad z_B \quad z_C) = (60 \quad 10 \quad 40)\ m;$$

$$L = (6 \quad 3 \quad 4)\ km;\quad D = (125 \quad 100 \quad 150)\ mm;\quad \varepsilon = (0.40 \quad 0.40 \quad 0.40)\ mm;$$

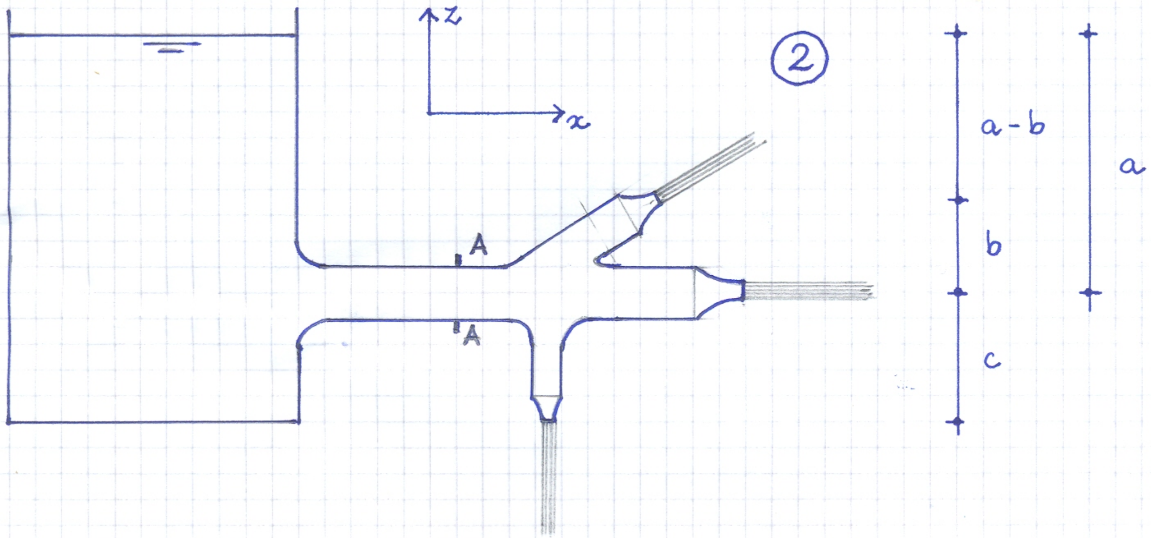
$$d_3 = 45\,mm;\quad v_c = 5\,m/s;\quad \eta_P = 0.82$$

01.12.2010

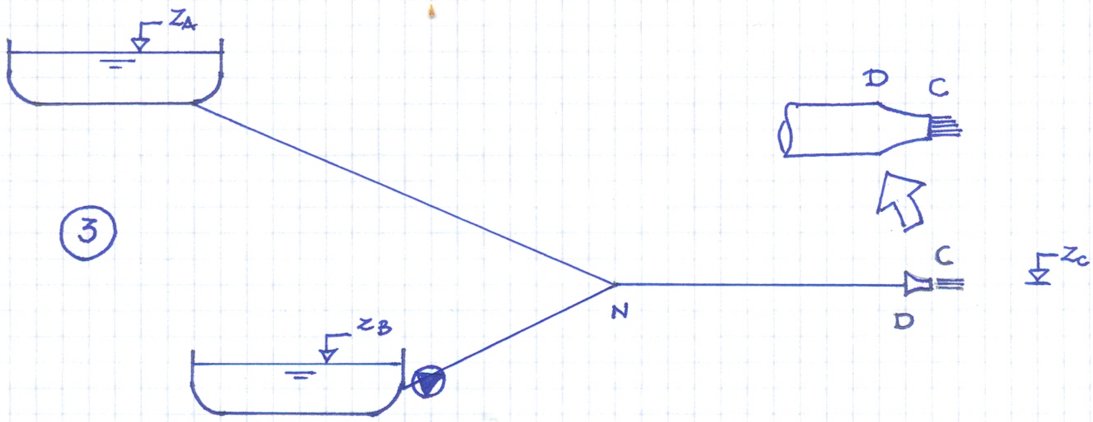
1



2

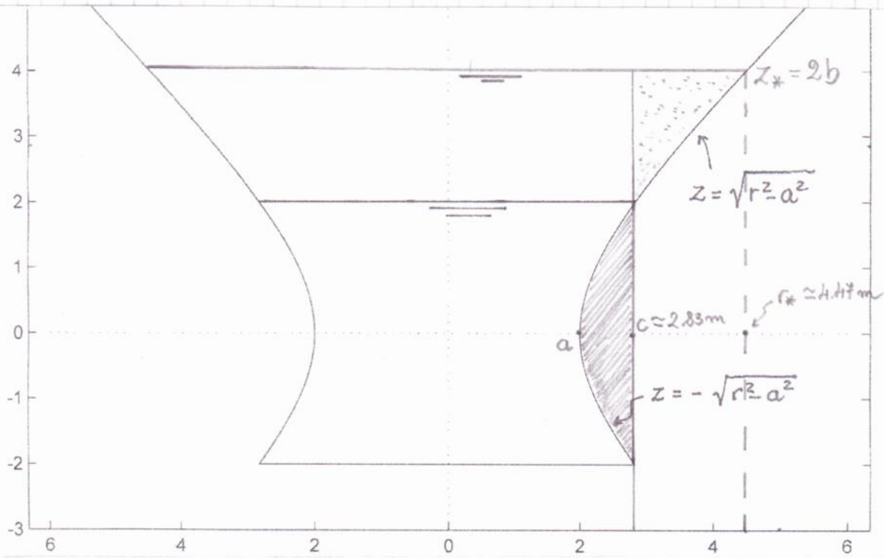


3



01-12-2010

1



La spinta idrostatica è verticale, applicata sull'asse di simmetria e diretta verso l'alto.

$$\overline{F} = F_z \, \overline{e}_z$$

$$F_z = \gamma \underbrace{V}_{33.51\,m^3} = 2\gamma V \simeq 329\,kN$$

$$V = \int_a^c \sqrt{r^2 - a^2}\,(2\pi r)\,dr = \int_{\xi_m}^{\xi_M} \pi \sqrt{\xi - a^2}\,d\xi$$

con $c = \sqrt{a^2 + b^2} \simeq 2.83m$ $\qquad r^2 = \xi \qquad \xi_m = a^2$

$2r\,dr = d\xi \qquad \xi_M = c^2 = a^2 + b^2$

$$\frac{2}{3}\pi\left(\xi - a^2\right)^{3/2}\Big|_{\xi_m}^{\xi_M} = \frac{2}{3}\pi\left(c^2 - a^2\right)^{3/2} = \frac{2}{3}\pi b^3 = 16.76\,m^3$$

Per trovare z_* t.c. $F_z = 0$ deve essere:

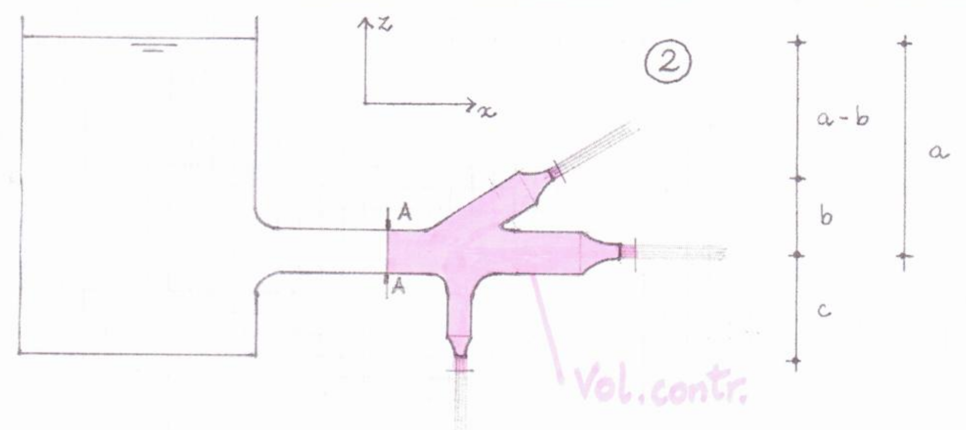
$$\underbrace{\pi z_*\left(r_*^2 - c^2\right) - \int_c^{r_*}\sqrt{r^2 - a^2}\,(2\pi r)\,dr}_{\text{SPINTA } (\downarrow)} = \underbrace{2V}_{\text{SPINTA } (\uparrow)} \qquad \left[\text{con } z_* = \sqrt{r_*^2 - a^2}\right]$$

$$\pi z_*\left(z_*^2 - b^2\right) - \frac{2}{3}\pi\left(\xi - a^2\right)^{3/2}\Big|_{\xi_M}^{\xi_*} = \frac{4}{3}\pi b^3 \qquad \left[\text{con } \xi_* = r_*^2\right]$$

$$\pi z_*^3 - \pi z_* b^2 - \frac{2}{3}\pi\left[z_*^3 - b^3\right] = \frac{4}{3}\pi b^3 \Rightarrow z_*^3 - 3b^2 z_* - 2b^3 = 0$$

$$\Rightarrow z_* = 2b = 4m$$

$$r_* = \sqrt{a^2 + 4b^2} = 4.47m$$



TdB 0 - 1 : $v_1 = \sqrt{2ga} \simeq 9.90\ m/s$; $Q_1 = v_1 \omega_1$

TdB 0 - 2 : $v_2 = \sqrt{2g(a-b)} \simeq 8.86\ m/s$; $Q_2 = v_2 \omega_2$

TdB 0 - 3 : $v_3 = \sqrt{2g(a+c)} \simeq 11.07\ m/s$; $Q_3 = v_3 \omega_3$

$$Q_{TOT} = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 19.4 + 14.1 + 10.7\ l/s \simeq 44.2\ l/s$$

TdB 0 - A : $a = \frac{p_A}{\gamma} + \frac{Q_{TOT}^2}{2g\Omega^2} \Rightarrow p_A = \gamma a - \rho \frac{Q_{TOT}^2}{2\,\Omega^2}$

$p_A \simeq 45.9\ kPa$

Bilancio QdM $\qquad \overline{G} + \overline{\Pi} = \overline{M}_u - \overline{M}_e$

($\overline{F}_f$ sul fluido $\overline{F}_p$ sul pezzo speciale)

z) $\cancel{G_z} + F_{fz} = \rho Q_2 v_2 \sin\alpha - \rho Q_3 v_3$

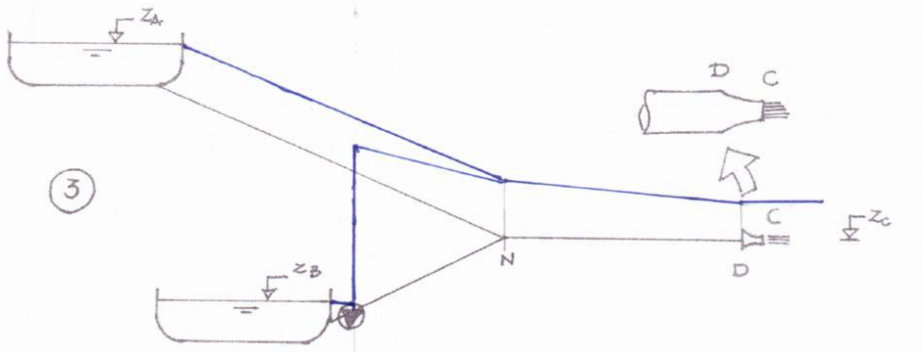
$F_{fz} = 0 \Rightarrow \sin\alpha = \frac{Q_3 v_3}{Q_2 v_2} = \frac{(a+c)\, d_3^2}{(a-b)\, d_2^2} = 0.945$

$\alpha \simeq 1.24\,rad \simeq 70°.95$ $\qquad \boxed{\text{Deve essere } d^3 (a+c) \leq d_2^2 (a-b)}$

x) $F_{fx} + p_A \Omega = \rho Q_2 v_2 \cos\alpha + \rho Q_1 v_1 - \rho \frac{Q_{TOT}^2}{\Omega}$

$(\rightarrow)$ $F_{px} = p_A \Omega + \rho \frac{Q_{TOT}^2}{\Omega} - (\rho Q_1 v_1 + \rho Q_2 v_2 \cos\alpha)$

$F_{px} \simeq 688\,N = 0.688\,kN$



$$\lambda_i = \left[2.0 \log_{10}\left(\frac{3.71 D_i}{\epsilon_i}\right)\right]^{-2} \Rightarrow \begin{array}{l} \lambda_1 = 0.0266 \\ \lambda_2 = 0.0284 \\ \lambda_3 = 0.0253 \end{array}$$

$$r_i = \frac{8 \lambda_i L_i}{g \pi^2 D_i^5} \Rightarrow \begin{array}{l} r_1 = 4.33 \cdot 10^5 \ m^{-5} s^2 \\ r_2 = 7.04 \cdot 10^5 \ m^{-5} s^2 \\ r_3 = 1.10 \cdot 10^5 \ m^{-5} s^2 \end{array}$$

$$Q_3 = v_C \, \omega_C = 7.95 \ l/s$$

$$H_D = z_C + \frac{v_C^2}{2g} = 41.27 \, m$$

$$H_N - H_D = r_3 Q_3^2 \Rightarrow H_N = H_D + r_3 Q_3^2 = 48.24 \, m$$

$$H_A - H_N = r_1 Q_1^2 \Rightarrow Q_1 = \sqrt{\frac{H_A - H_N}{r_1}} = 5.21 \ l/s$$

$$Q_1 + Q_2 = Q_3 \Rightarrow Q_2 = Q_3 - Q_1 = 2.74 \ l/s$$

$$\Delta H_2 = H_N - H_B + r_2 Q_2^2 = 43.52 \, m$$

$$P = \frac{\gamma Q_2 \Delta H_2}{\eta_p} = 1.43 \, kW$$

Cadenti (non richieste)

$j_1 = 1.96‰$
$j_2 = 1.76‰$
$j_3 = 1.74‰$