

Programma del corso di
Analisi Matematica I
Corso di Laurea in Ingegneria Civile e Ambientale
Anno Accademico 2013-14
Docente: Andrea Corli
Tutorato: Dario Bernardi

Nozioni preliminari. Insiemi, insiemi numerici $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$. Sommatorie e loro proprietà; progressione geometrica. Fattoriali. Valore assoluto e disuguaglianze ad esso associate. Razionali e irrazionali. Intervalli della retta reale. Insiemi limitati; massimo, minimo, maggioranti, minoranti, estremo superiore, estremo inferiore. Proprietà di completezza di $\mathbb{R}$. Radici, potenze, esponenziali, logaritmi: operazioni e loro proprietà.

Successioni. Definizione, successioni limitate, limite di successione. Proprietà vere definitivamente; unicità del limite. Ogni successione convergente è limitata; successioni divergenti, successioni indeterminate. Successioni infinitesime e infinite. Successioni monotone; esistenza del limite per le successioni monotone*. La successione geometrica. Proprietà dei limiti di successioni: operazioni fondamentali con i limiti. Forme indeterminate. Teorema della permanenza del segno, di ordinamento, del confronto. Il numero e come limite di successione*. Infiniti e infinitesimi di ordine crescente, decrescente; successioni asintotiche. La formula di Stirling.

Serie. Definizione, serie convergenti, divergenti, indeterminate. La serie geometrica e la sua somma; serie armonica, serie telescopiche. Condizione necessaria di convergenza (termine generale infinitesimo). Criteri di convergenza per serie a termini positivi: confronto, confronto asintotico, radice, rapporto*. La serie armonica generalizzata. Criteri di convergenza per serie a termini di segno variabile: convergenza assoluta, criterio di Leibniz*.

Funzioni di una variabile reale. Definizione di funzione, dominio, immagine, grafico. Funzioni limitate, simmetriche (pari, dispari), monotone, periodiche. Funzioni elementari: potenze, esponenziali, iperboliche, logaritmiche, trigonometriche. Operazioni sui grafici: dilatazione, compressione, traslazioni orizzontali e verticali, riflessioni. Funzioni composte, funzioni invertibili, funzioni inverse e loro grafici. Le funzioni trigonometriche e iperboliche inverse.

Limiti di funzioni e continuità. Limite di funzioni, limite destro, sinistro; unicità del limite. Limiti di funzioni e limiti di successioni. Proprietà dei limiti di funzioni: operazioni con i limiti di funzioni, teoremi della permanenza del segno, di confronto. Cambiamento di variabili nei limiti. Limiti notevoli, infiniti e infinitesimi. Funzioni continue, continue a destra, continue a sinistra. Funzioni discontinue. Asintoti verticali, orizzontali, obliqui. Continuità di somma, prodotto, quoziente, composizione di funzioni continue. Classi di funzioni continue. Teorema degli zeri delle funzioni continue*. Teorema di Weierstrass*. Teorema dei valori intermedi. Studio qualitativo del grafico di una funzione.

Calcolo differenziale. Derivata di una funzione in un punto, funzione derivata. Retta tangente al grafico di una funzione in un punto. Derivate di ordine superiore. Derivate di funzioni elementari. Derivata destra, sinistra. Punti di non derivabilità: punti angolosi, cuspidi, flessi a tangente verticale. Ogni funzione derivabile è continua. Operazioni con le derivate: derivata di una somma,

prodotto, quoziente, composizione, della funzione inversa. Punti di massimo, minimo. Teorema di Fermat, teorema del valor medio (Lagrange), caratterizzazione della monotonia tramite il segno della derivata prima. Punti stazionari, di flesso. Caratterizzazione delle funzioni a derivata nulla in un intervallo. Ricerca dei massimi, minimi di una funzione. La derivata seconda: convessità e concavità di una funzione, punti di flesso; monotonia della derivata prima per funzioni convesse o concave. Convessità e concavità per corde e tangenti*. Studio degli estremi di una funzione tramite la derivata seconda. Studio del grafico di una funzione. I teoremi di de l'Hospital.

Calcolo integrale. Definizione di integrale di Riemann per funzioni continue; sua interpretazione geometrica. Proprietà dell'integrale: linearità, additività rispetto all'intervallo di integrazione, monotonia. Teorema della media integrale e suo significato geometrico. Primitiva di una funzione; caratterizzazione delle primitive in un intervallo. Primo teorema fondamentale del calcolo integrale. Primitive delle funzioni elementari. Integrazione per linearità, per sostituzione, per parti. Tecniche di integrazione: integrazione delle funzioni razionali; integrazione di funzioni razionali di funzioni trigonometriche, irrazionali, potenze frazionarie. La funzione integrale: definizione e sue proprietà; il secondo teorema fondamentale del calcolo integrale. Funzioni le cui primitive non si esprimono tramite funzioni elementari; la gaussiana, integrali ellittici. Integrale di funzioni discontinue. Integrazione generalizzata di funzioni continue non limitate o definite in intervalli illimitati. Criteri di convergenza per integrali generalizzati.

Esercitazioni con MATLAB. Introduzione alla struttura del programma (cw, workspace), inserimento matrici e vettori, prime operazioni, comandi **size** e **length**. Successioni e serie: script files, grafica 2d, comandi **cumsum** e **cumprod**, ciclo **for** e istruzione condizionale **if**. Funzioni: operatori logici e relazionali, grafici in scala logaritmica, comandi **polival** e **polyfit**. Functions: creazione di una **function**, ciclo **while**, comandi **fzero** e **fminbnd**. Derivate: comando **diff** per il calcolo della derivata numerica, calcolo di derivate simboliche. Integrali: integrazione numerica tramite punti casuali e attraverso il metodo dei trapezi (comando **trapz**), calcolo della funzione integrale, comando **int** per il calcolo simbolico di integrali. Introduzione al toolbox simbolico.

Tutti gli enunciati del corso sono completati dalla loro dimostrazione, ad eccezione di quelli dove appare *.

Libri consigliati.

- M. Bramanti, C. D. Pagani, S. Salsa: *Analisi Matematica I*, Zanichelli, 2008, ISBN 978-8808-06485-1.
- S. Salsa, A. Squellati: *Esercizi di Matematica I*, Zanichelli, 2001. Ristampa aggiornata 2004.
- B. Demidovic: *Esercizi e problemi di Analisi Matematica*, Editori Riuniti, 1999.

Libri consigliati – MatLab.

- G. Jensen: *Using MatLab in Calculus*, Prentice Hall, 2000.
- W. J. Palm III: *MatLab – Un'introduzione per gli ingegneri*. McGraw-Hill, 2011.