

MATRICOLA COGNOME E NOME

Giustificare adeguatamente le soluzioni dei seguenti esercizi

ESERCIZIO 1 (6 PUNTI).

Calcolare la retta di regressione e il coefficiente di Pearson per i seguenti dati sperimentali:

$$(1, 8), (2, 6), (3, 6), (4, 5), (5, 4)$$

Dire se l'interpolazione è buona.

ESERCIZIO 2 (16 PUNTI).

Consideriamo la formula

$$f(x) = \frac{\log |2 - 3x|}{3x - 2}$$

dove \log è il logaritmo naturale e $||$ il valore assoluto.

- (i) Determinare il più grande sottoinsieme D di \mathbb{R} tale che la formula precedente definisce una funzione $f: D \rightarrow \mathbb{R}$.
- (ii) Determinare, se esistono, i punti di intersezione di f con l'asse delle ordinate.
- (iii) Determinare, se esistono, i punti di intersezione di f con l'asse delle ascisse.
- (iv) Studiare il segno della funzione.
- (v) Determinare, se esistono, asintoti verticali di f .
- (vi) Determinare, se esistono, asintoti orizzontali di f .
- (vii) Dire se f è continua.
- (viii) Calcolare la derivata prima di f .
- (ix) Dire se f è derivabile.
- (x) Determinare la retta tangente al grafico di f in uno dei punti di intersezione con l'asse delle ascisse.
- (xi) Studiare il segno della derivata prima di f .
- (xii) Determinare, se esistono, punti di massimo o minimo di f .
- (xiii) Calcolare la derivata seconda di f .
- (xiv) Studiare il segno della derivata seconda di f .
- (xv) Determinare, se esistono, punti di flesso di f .
- (xvi) Tracciare il grafico della funzione.

ESERCIZIO 3 (12 PUNTI).

Consideriamo la funzione $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$g(x) = e^{-3|x|} = \begin{cases} e^{3x} & \text{se } x < 0 \\ e^{-3x} & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

- (i) Calcolare $\int_{-\infty}^{+\infty} g(x) dx = \int_{-\infty}^0 g(x) dx + \int_0^{+\infty} g(x) dx$.
- (ii) Determinare una costante $c \in \mathbb{R}$ tale che la funzione $f(x) = cg(x)$ sia la funzione di densità di probabilità di una variabile aleatoria continua X .
- (iii) Determinare la funzione di distribuzione di probabilità di X .
- (iv) Calcolare la probabilità $p(-1 < X < 1)$.
- (v) Determinare la media di X .
- (vi) Determinare la varianza di X .