

Esercitazione su debito, disavanzo e crescita (Economia e Politiche Pubbliche - Prof. Leonzio Rizzo)

1 Esercizio 1

Il rapporto debito/pil all'anno $t - 1$ è $b_{t-1} = 121,6\%$, inoltre l'avanzo primario in rapporto al pil previsto per l'anno t è pari $2,8\%$; nello stesso anno si prevede che il pil crescerà dell' $1,5\%$ e che il tasso di interesse medio sui titoli di stato sarà pari al $4,8\%$. Trovare il rapporto debito/pil che si prevede di avere all'anno t . A quale livello il rapporto debito/pil rimane costante anche negli anni successivi, dati l'avanzo primario, il tasso di crescita del pil e il tasso di interesse precedenti?

Riscriviamo i dati del problema:

$$b_{t-1} = 121,6\%$$

$$g_t - t_t = -2,8\%$$

$$y = 1,5\%$$

$$i = 4,8\%$$

sappiamo che il rapporto debito/pil è descritto dall'equazione dinamica del debito/pil, che mette in relazione il debito/pil al tempo t con il debito/pil al tempo $t - 1$, utilizzando il disavanzo primario al tempo t , il tasso di crescita del pil e il tasso di interesse:

$$b_t = \frac{1+i}{1+y} b_{t-1} + g_t - t_t$$

$$b_t = \frac{1+0,048}{1+0,015} 121,6 - 2,8 = 122,75$$

Ispezionando la relazione tra tasso di interesse e tasso di crescita notiamo che $i > y$ ed inoltre, essendo $g_t - t_t < 0$, esiste un avanzo primario; queste caratteristiche ci dicono che sicuramente esiste uno stato stazionario, ma il rapporto debito/pil non convergerà mai verso di esso. Per trovare il rapporto debito/pil stazionario devo imporre $b_t = b_{t-1} = b$:

$$b_t = \frac{1 + 0,048}{1 + 0,015}b - 2,8$$

$$b = 86,12.$$

2 Esercizio 2

Considerate una nazione che alla fine del periodo t ha un rapporto debito/pil=120%. Il governo si pone l'obiettivo di ridurre il debito considerando stabili e certe le seguenti condizioni nei successivi tre anni:

$$\begin{aligned} y &= 2\% \\ i &= 1\% \\ g &= 44\% \\ t &= 43\%. \end{aligned}$$

- 1) Calcolare la relazione dinamica del rapporto debito/pil nel tempo.
- 2) Calcolare a) il valore del rapporto debito/pil alla fine del periodo $t + 3$, b) il valore del rapporto debito/pil stazionario e dire se questo è stabile.
- 3) Il governo al tempo $t + 2$ riduce $g=37\%$. Ricalcolare a) il valore del rapporto debito/pil al tempo al tempo $t + 2$ e $t + 3$ nel caso in cui il taglio di spesa venga mantenuto anche al periodo $t + 3$ e nel caso in cui al periodo $t + 3$ si ritorni al valore di spesa precedente al taglio. Commentare.

- 1) Utilizzando i dati è immediato calcolare la relazione dinamica del rapporto debito/pil:

$$b_t = \frac{1 + 0,01}{1 + 0,02}b_{t-1} + 1 \quad (1)$$

- 2a) Per calcolare il valore del rapporto debito/pil alla fine del periodo $t + 3$ è necessario calcolare il rapporto debito/pil al periodo 1, quindi sostituirlo nella (1) come rapporto debito/pil al periodo $t-1$, per ottenere il rapporto debito/pil al periodo

2, che va a sua volta sostituito nella (1) come rapporto debito/pil al periodo t-1, per ottenere il rapporto debito/pil al periodo 3:

$$b_1 = \frac{1 + 0,01}{1 + 0,02} 120 + 1 = 119,824$$

$$b_2 = \frac{1 + 0,01}{1 + 0,02} 119,824 + 1 = 119,649$$

$$b_3 = \frac{1 + 0,01}{1 + 0,02} 119,649 + 1 = 119,476$$

2b) date le condizioni iniziali, $g_t - t_t > 0$ e $y > i$, possiamo affermare con certezza che esiste un rapporto debito/pil stazionario e, se le condizioni iniziali vengono mantenute, il rapporto debito/pil nel tempo convergerà verso lo stato stazionario:

$$b = \frac{1 + 0,01}{1 + 0,02} b + 1$$

$$b = 102.$$

3) Se al tempo t+2, la spesa passa dal 44% del pil al 37% del pil, da una situazione di disavanzo primario, pari a 1, si passa ad una situazione di avanzo primario pari a 6. quindi alla fine del periodo 2 avremo:

$$b_2 = \frac{1 + 0,01}{1 + 0,02} 119,824 - 6 = 112,649$$

e alla fine del periodo 3, nel caso in cui in tale periodo si mantenga il taglio del periodo precedente:

$$b'_3 = \frac{1 + 0,01}{1 + 0,02} 112,649 - 6 = 105,544$$

Nel caso in cui al periodo 3 non si mantenga il taglio di spesa primaria ed si ritorni quindi al livello di spesa precedente al periodo 2, anteriore al taglio:

$$b''_3 = \frac{1 + 0,01}{1 + 0,02} 112,649 + 1 = 112,544$$

Il taglio di spesa primaria effettuato al periodo 2, anche se non mantenuto successivamente è efficace nell'accelerare il percorso di convergenza del rapporto debito/pil, provocando un salto da 119,824 a 112,649, che mantenendo il disavanzo di 1, sarebbe stato raggiungibile solo dopo molti anni.

3 Esercizio 3

Trovate il luogo dei punti (i, y) , ove i è il tasso di interesse sul debito pubblico ed y il tasso di crescita del pil, che consente di convergere al rapporto debito/pil=60%, considerando stabili e certe le seguenti condizioni:

$$\begin{aligned}g_t &= 40\% \\t_t &= 39.3\%.\end{aligned}$$

Quindi:

1) Dimostrate che qualsiasi punto (i, y) appartenente alla relazione prima trovata consente di convergere verso un rapporto debito/pil stabile

2) Ipotizzate che $i = 1\%$. Qual'è il livello di crescita costante nel tempo che garantisce la convergenza ad un rapporto debito/pil=60%

1) per trovare il luogo dei punti (i, y) che permettono di avere un rapporto debito/pil convergente al 60%, dato un disavanzo primario costante e pari $g_t - t_t = 0,7\%$, è necessario utilizzare sempre l'equazione dinamica del debito:

$$b_t = \frac{1+i}{1+y}b_{t-1} + g_t - t_t$$

sostituendo i valori di g_t , t_t e la condizione $b_t = b_{t-1} = b$:

$$b = \frac{1+i}{1+y}b + 0,7$$

$$\frac{y-i}{1+y} = \frac{0,7}{60}$$

$$y - i = \frac{0,7}{60}(1+y)$$

$$y = 1,012i + 0,012 \tag{2}$$

Ovviamente dalla (2) si nota come necessariamente $y > i$, visto che abbiamo imposto la convergenza ad un rapporto debito/pil del 60% e si verifica una condizione necessaria perchè questa avvenga, ovvero $g_t - t_t > 0$.

2) Sostituendo nella (2) $i=0,01$ avremo:

$$y = 1,012 * 0,01 + 0,012 = 0,01012 + 0,012 = 0,02212.$$