

Esercitazione su debito, disavanzo e crescita (Economia e Politiche Pubbliche - Prof. Leonzio Rizzo)

1 Esercizio 1

Il rapporto debito/pil all'anno $t - 1$ è $b_{t-1} = 121,6\%$, inoltre l'avanzo primario in rapporto al pil previsto per l'anno t è pari $2,8\%$; nello stesso anno si prevede che il pil crescerà dell' $1,5\%$ e che il tasso di interesse medio sui titoli di stato sarà pari al $4,8\%$. Trovare il rapporto debito/pil che si prevede di avere all'anno t . A quale livello il rapporto debito/pil rimane costante anche negli anni successivi, dati l'avanzo primario, il tasso di crescita del pil e il tasso di interesse precedenti?

Riscriviamo i dati del problema:

$$b_{t-1} = 121,6\%$$

$$g_t - t_t = -2,8\%$$

$$y = 1,5\%$$

$$i = 4,8\%$$

sappiamo che il rapporto debito/pil è descritto dall'equazione dinamica del debito/pil, che mette in relazione il debito/pil al tempo t con il debito/pil al tempo $t - 1$, utilizzando il disavanzo primario al tempo t , il tasso di crescita del pil e il tasso di interesse:

$$b_t = \frac{1+i}{1+y} b_{t-1} + g_t - t_t$$

$$b_t = \frac{1+0,048}{1+0,015} 121,6 - 2,8 = 122,75$$

Ispezionando la relazione tra tasso di interesse e tasso di crescita notiamo che $i > y$ ed inoltre, essendo $g_t - t_t < 0$, esiste un avanzo primario; queste caratteristiche ci dicono che sicuramente esiste uno stato stazionario, ma il rapporto debito/pil non convergerà mai verso di esso. Per trovare il rapporto debito/pil stazionario devo imporre $b_t = b_{t-1} = b$:

$$b_t = \frac{1 + 0,048}{1 + 0,015}b - 2,8$$

$$b = 86,12.$$

2 Esercizio 2

Considerate una nazione che alla fine del periodo t ha un rapporto debito/pil=120%. Il governo si pone l'obiettivo di ridurre il debito considerando stabili e certe le seguenti condizioni nei successivi tre anni:

$$y = 2\%$$

$$i = 1\%$$

$$g = 44\%$$

$$t = 43\%.$$

- 1) Calcolare la relazione dinamica del rapporto debito/pil nel tempo.
- 2) Calcolare a) il valore del rapporto debito/pil alla fine del periodo $t + 3$, b) il valore del rapporto debito/pil stazionario e dire se questo è stabile.
- 3) Il governo al tempo $t + 2$ riduce $g=37\%$. Ricalcolare il valore del rapporto debito/pil al tempo al tempo $t + 2$ e $t + 3$ a) nel caso in cui il taglio di spesa venga mantenuto anche al periodo $t + 3$ e b) nel caso in cui al periodo $t + 3$ si ritorni al valore di spesa precedente al taglio. Commentare.

1) Utilizzando i dati è immediato calcolare la relazione dinamica del rapporto debito/pil:

$$b_t = \frac{1 + 0,01}{1 + 0,02}b_{t-1} + 1 \quad (1)$$

2a) Per calcolare il valore del rapporto debito/pil alla fine del periodo $t + 3$ è necessario calcolare il rapporto debito/pil al periodo 1, quindi sostituirlo nella (1) come rapporto debito/pil al periodo t-1, per ottenere il rapporto debito/pil al periodo

2, che va a sua volta sostituito nella (1) come rapporto debito/pil al periodo t-1, per ottenere il rapporto debito/pil al periodo 3:

$$b_1 = \frac{1 + 0,01}{1 + 0,02} 120 + 1 = 119,824$$

$$b_2 = \frac{1 + 0,01}{1 + 0,02} 119,824 + 1 = 119,649$$

$$b_3 = \frac{1 + 0,01}{1 + 0,02} 119,649 + 1 = 119,476$$

2b) date le condizioni iniziali, $g_t - t_t > 0$ e $y > i$, possiamo affermare con certezza che esiste un rapporto debito/pil stazionario e, se le condizioni iniziali vengono mantenute, il rapporto debito/pil nel tempo convergerà verso lo stato stazionario:

$$b = \frac{1 + 0,01}{1 + 0,02} b + 1$$

$$b = 102.$$

3a) Se al tempo t+2, la spesa passa dal 44% del pil al 37% del pil, da una situazione di disavanzo primario, pari a 1, si passa ad una situazione di avanzo primario pari a 6. quindi alla fine del periodo 2 avremo:

$$b_2 = \frac{1 + 0,01}{1 + 0,02} 119,824 - 6 = 112,649$$

e alla fine del periodo 3, nel caso in cui in tale periodo si mantenga il taglio del periodo precedente:

$$b'_3 = \frac{1 + 0,01}{1 + 0,02} 112,649 - 6 = 105,544$$

3b) Nel caso in cui al periodo 3 non si mantenga il taglio di spesa primaria ed si ritorni quindi al livello di spesa precedente al periodo 2, anteriore al taglio:

$$b''_3 = \frac{1 + 0,01}{1 + 0,02} 112,649 + 1 = 112,544$$

Il taglio di spesa primaria effettuato al periodo 2, anche se non mantenuto successivamente è efficace nell'accelerare il percorso di convergenza del rapporto debito/pil, provocando un salto da 119,824 a 112,649, che mantenendo il disavanzo di 1, sarebbe stato raggiungibile solo dopo molti anni.

3 Esercizio 3

Trovate il luogo dei punti (i, y) , ove i è il tasso di interesse sul debito pubblico ed y il tasso di crescita del pil, che consente di convergere al rapporto debito/pil=60%, considerando stabili e certe le seguenti condizioni:

$$\begin{aligned}g_t &= 40\% \\t_t &= 39.3\%.\end{aligned}$$

Quindi:

1) Dimostrate che qualsiasi punto (i, y) appartenente alla relazione prima trovata consente di convergere verso un rapporto debito/pil stabile

2) Ipotizzate che $i = 1\%$. Qual'è il livello di crescita costante nel tempo che garantisce la convergenza ad un rapporto debito/pil=60%

1) per trovare il luogo dei punti (i, y) che permettono di avere un rapporto debito/pil convergente al 60%, dato un disavanzo primario costante e pari $g_t - t_t = 0,7\%$, è necessario utilizzare sempre l'equazione dinamica del debito:

$$b_t = \frac{1+i}{1+y}b_{t-1} + g_t - t_t$$

sostituendo i valori di g_t, t_t e la condizione $b_t = b_{t-1} = b$:

$$b = \frac{1+i}{1+y}b + 0,7$$

$$\frac{y-i}{1+y} = \frac{0,7}{60}$$

$$y - i = \frac{0,7}{60}(1+y)$$

$$y = 1,012i + 0,012 \tag{2}$$

Ovviamente dalla (2) si nota come necessariamente $y > i$, visto che abbiamo imposto la convergenza ad un rapporto debito/pil del 60% e si verifica una condizione necessaria perchè questa avvenga, ovvero $g_t - t_t > 0$.

2) Sostituendo nella (2) $i=0,01$ avremo:

$$y = 1,012 * 0,01 + 0,012 = 0,01012 + 0,012 = 0,02212.$$

4 Esercizio 4

In un paese il rapporto debito/PIL alla fine dell'anno $t-2$ è stato pari al 132%. L'obiettivo dell'attuale governo è di ridurre tale rapporto al 120% entro la fine dell'anno t . I tassi di interesse (i) e di crescita dell'economia (y) sono costanti nei due anni e rispettivamente pari al 2% e al 1%. Quale avanzo/disavanzo primario in percentuale del PIL costante nei due anni è necessario per raggiungere l'obiettivo?

Per calcolare il valore del rapporto debito/pil alla fine del periodo t è necessario calcolare il rapporto debito/pil al periodo $t-1$, quindi sostituirlo nell'equazione che spiega il rapporto debito/pil al periodo t :

$$\begin{cases} b_t = \frac{1+i}{1+y}(b_{t-1}) + g_t - t_t \\ b_{t-1} = \frac{1+i}{1+y}(b_{t-2}) + g_{t-1} - t_{t-1} \end{cases}$$
$$b_t = \frac{1+i}{1+y} \left(\frac{1+i}{1+y} b_{t-2} + g_{t-1} - t_{t-1} \right) + g_t - t_t$$

Sappiamo che:

- $b_{t-2} = 132\%$
- $b_t = 120\%$
- $y_t = y_{t-1} = 1\%$:
- $i_t = i_{t-1} = 2\%$
- $g_t - t_t = g_{t-1} - t_{t-1} = d$

Sostituendo:

$$120 = \frac{1+0,02}{1+0,01} \left(\frac{1+0,02}{1+0,01} 132 + d \right) + d$$

$$120 = 134,6265 + 1,0099d + d$$

$$d = g_t - t_t = g_{t-1} - t_{t-1} = -7,24$$

Dunque servirà un avanzo primario per due anni consecutivi pari al 7,24% del PIL per ridurre il rapporto debito/PIL al 120% entro la fine dell'anno t .

5 Esercizio 5

La situazione economica di un paese è caratterizzata da:

- un livello di PIL pari a 1.500 miliardi;
- un tasso di crescita del PIL pari al 2%;
- un livello del debito pubblico pari a 750 miliardi;
- un tasso d'interesse pari al 10,16%.

Si calcoli il valore del disavanzo/avanzo di bilancio primario in grado di stabilizzare nell'anno successivo il rapporto debito/PIL.

Dopo aver indicato con $t-1$ l'anno iniziale, si calcola in primo luogo il disavanzo primario/PIL (d) che consenta di stabilizzare l'anno successivo (t) il rapporto debito/PIL. Bisogna dunque imporre che la variazione del rapporto debito/PIL sia nulla:

$$\Delta b = b_t - b_{t-1} = 0$$

$$\frac{1+i}{1+y}b_{t-1} + g_t - t_t - b_{t-1} = \frac{i-y}{1+y}b_{t-1} + g_t - t_t = 0$$

Sappiamo che:

- $Y_{t-1} = 1500$ e $B_{t-1} = 750$ quindi $b_{t-1} = 750/1500 = 0,5$
- $y_t = 2\%$
- $y_t = y_{t-1} = 10,16\%$:
- $d = g_t - t_t$

Sostituendo:

$$\frac{0,1016 - 0,02}{1 + 0,02}0,5 + d = 0$$

$$d = -0.04$$

L'avanzo primario necessario per stabilizzare il rapporto debito/PIL è pari al 4% del PIL.

Il PIL nell'anno t potrà calcolarsi tenendo conto del tasso di crescita (y):

$$PIL_t = PIL_{t-1}(1 + y) = 1500(1 + 0,02) = 1530$$

Pertanto l'avanzo primario in miliardi A che stabilizzerebbe il rapporto debito/PIL sarà pari a:

$$A = -d * PIL_t = 0.04 * 1530 = 61,2$$

6 Esercizio 6

In un paese il disavanzo primario in rapporto al PIL nell'anno t è pari al 3%. Il tasso d'interesse è costante e pari al 5%, mentre il tasso di crescita del PIL è stato pari all'1,5%. Calcolare il rapporto debito/PIL nell'anno t sapendo che tale rapporto nell'anno precedente era pari all'85%.

Alcuni esponenti del governo sostengono che nell'anno $t+1$ occorre rilanciare gli investimenti pubblici finanziandoli con la spesa pubblica. L'opposizione è concorde purchè il rapporto debito/PIL rimanga invariato al livello raggiunto nell'anno t . E' possibile aumentare il disavanzo primario in rapporto al PIL e contemporaneamente mantener e invariato il rapporto debito/PIL nell'ipotesi in cui il tasso di crescita del PIL nell'anno $t+1$ sia pari al 3,5%?

Utilizzando l'equazione dinamica del debito:

$$b_t = \frac{1 + i}{1 + y} b_{t-1} + g_t - t_t$$

Sappiamo che:

- $g_t - t_t = 3\%$
- $i_t = i_{t+1} = 5\%$
- $y_t = 1,5\%$
- $b_{t-1} = 85\%$
- $y_{t+1} = 3,5\%$

Sostituendo:

$$b_t = \frac{1 + 0,05}{1 + 0,015} 85 + 3$$

$$b_t = 90$$

Non è possibile nell'anno $t+1$ aumentare il disavanzo primario in rapporto al Pil, lasciando inalterato il rapporto debito/PIL perchè nell'anno $t+1$ il tasso di crescita del PIL è del 3,5% quindi inferiore al tasso di interesse (5%): affinché il rapporto debito/PIL rimanga invariato occorrerebbe ottenere un avanzo di bilancio nell'anno $t+1$.

$$\Delta b = b_{t+1} - b_t = 0$$

$$\frac{1+i}{1+y}b_t + d_{t+1} - b_t = \frac{i-y}{1+y}b_t + d_{t+1} = 0$$

Sostituendo:

$$d_{t+1} = -\frac{0,05 - 0,035}{1 + 0,035}90$$

$$d_{t+1} = -1,3$$

7 Esercizio 7

Nell'anno $t-1$ la finanza pubblica di un paese è caratterizzata dai seguenti dati:

- un rapporto debito/PIL del 120%;
- un tasso di interesse del 3%;
- un tasso di crescita del PIL del 2,5%.

Per l'anno t non si prevedono variazioni nel tasso di interesse e nel tasso di crescita dell'economia, rispetto all'anno $t-1$. Nell'anno t il governo del paese si propone di ridurre di 10 punti percentuali il rapporto debito/PIL, rispetto al valore dell'anno $t-1$. Si calcoli l'avanzo primario in rapporto al Pil che garantisce il raggiungimento di tale obiettivo.

Dopo aver indicato con $t-1$ l'anno iniziale, si calcola in primo luogo il disavanzo primario/PIL (d) che consenta di stabilizzare l'anno successivo (t) il rapporto debito/PIL. Bisogna dunque imporre che la variazione del rapporto debito/PIL sia nulla:

$$\Delta b = b_t - b_{t-1} = \frac{1+i}{1+y} b_{t-1} + d_t - b_{t-1} = \frac{i-y}{1+y} b_{t-1} + d_t$$

Da cui:

$$d_t = b_t - b_{t-1} - \frac{i-y}{1+y} b_{t-1}$$

Nel nostro caso abbiamo che:

- $b_{t-1} = 120$
- $i = 3\%$
- $y = 2,5\%$
- $b_t = 120 - 10 = 110$

Per cui si ottiene che l'avanzo primario in rapporto al Pil necessario risulta essere:

$$d_t = 120 - 110 - \frac{0,03 - 0,025}{1 + 0,025} 120 = -10,6$$

Per ridurre il rapporto debito/PIL di 10 punti percentuali sarà quindi necessario conseguire un avanzo del 10,6%.