9. Come sono pagati i lavoratori, retribuzioni fisse e retribuzioni flessibili

Il problema centrale che viene affrontato è quello dell'**azzardo morale** che è il problema che si presenta quando un soggetto è garantito a prescindere dal suo comportamento per cui ha un incentivo a trasgredire dalle regole assegnate

Questo problema si presenta qualora ovviamente si è in un contesto di informazione asimmetrica ed è applicato alla sfera delle retribuzioni

Il lavoratore realizza una produzione sulla base dello sforzo profuso, ***effort***, ma l'impresa non può individuare lo sforzo ma solo, e non sempre, il risultato dello sforzo.

In tale contesto deve trovare un sistema retributivo che incentivi il lavoratore ad erogare lo sforzo ottimale, ed un modo è quello di legare la retribuzione alle performance economiche

Ovviamente il risultato produttivo potrebbe dipendere da fattori esterni al contesto produttivo e questo pone un problema nella relazione tra performance e retribuzioni nel senso che essa è influenzata anche da fattori esterni alla relazione lavoratore-impresa

Il modello utilizzato è quello principale-agente, ove il principale è l'impresa, e l'agente il lavoratore.

Il sistema retributivo offerto al lavoratore è il seguente:

al lavoratore è offerta una retribuzione distinta in due parti, una parte fissa ed una parte variabile, la quale dipende dalle performance produttive

la parte fissa potrebbe anche essere negativa, ovvero il lavoratore deve pagare una commissione all'impresa per poter lavorare per questa

Occorre anche considerare il grado di avversione al rischio del lavoratore, nei due casi in cui

1. il lavoratore sia neutrale al rischio, ovvero è indifferente tra un sistema retributivo variabile ed uno fisso ove il salario è pari al valore medio atteso

2. il lavoratore sia avverso al rischio, ovvero preferisce uno fisso ove il salario è pari al valore medio atteso rispetto un sistema retributivo variabile

Schema concettuale e procedura

L'impresa deve risolvere 2 problemi

A. tra tutti i sistemi retributivi che l'impresa può offrire al lavoratore, quale è quello che massimizza i profitti attesi ?

B. una volta individuato tale sistema, è conveniente assumere il lavoratore ?

Il lavoratore deve risolvere 2 problemi

C. se il lavoratore accetta il sistema retributivo proposto, quanto duramente dovrà lavorate per l'impresa ?

D. una volta accertato il livello di sforzo, il lavoratore avrà convenienza ad accettare il contratto proposto ?

Il modello con neutralità al rischio

Preliminari del modello

Il lavoratore desidera avere una elevata retribuzione con uno sforzo e contenuto

Al contempo, è neutrale al rischio per cui accetta anche una retribuzione variabile se il salario medio atteso è pari al salario previsto in un sistema a salario fisso

Il bene è prodotto in quantità x e venduto ad un prezzo p

La quantità x è funzione dello sforzo e ma anche di una variabile aleatoria η (eta)

Il principale osserva px e non il livello di sforzo e del lavoratore che è una variabile non osservabile

Quindi

(9.1) $x = (e + \eta)$

con η che assume un valore medio atteso pari a zero e varianza costante v

(9.2) $E(\eta) = 0$

(9.3) $var(\eta) = v$

per cui il valore atteso della produzione è pari a

(9.4) $\ddot{x} = E(x) = e$

Il sistema retributivo offerto al lavoratore è così costituito da una componente fissa ed una variabile che dipende dallo sforzo

(9.5) $w = \alpha + \beta x$

da cui

(9.6) $w = \alpha + \beta (e + \eta)$

Il valore atteso della retribuzione è pari a

(9.7) $w^e = \alpha + \beta E(x) = \alpha + \beta e$

con

(9.8) $E(\eta) = 0$

(9.9) $E(x) = e$

poiché il valore atteso della componente aleatoria è 0, per cui mentre la retribuzione effettiva dipende anche dalla variabile aleatoria, la retribuzione media attesa è indipendente da questa

Consideriamo 3 tipi di sistemi retributivi

A. schema a retribuzione fissa

(9.10) $w = \alpha$

B. schema con bonus, una componente fissa ed una variabile

(9.11) $w = \alpha + \beta x$

con β che assume valori pari a $0 < \beta < p$

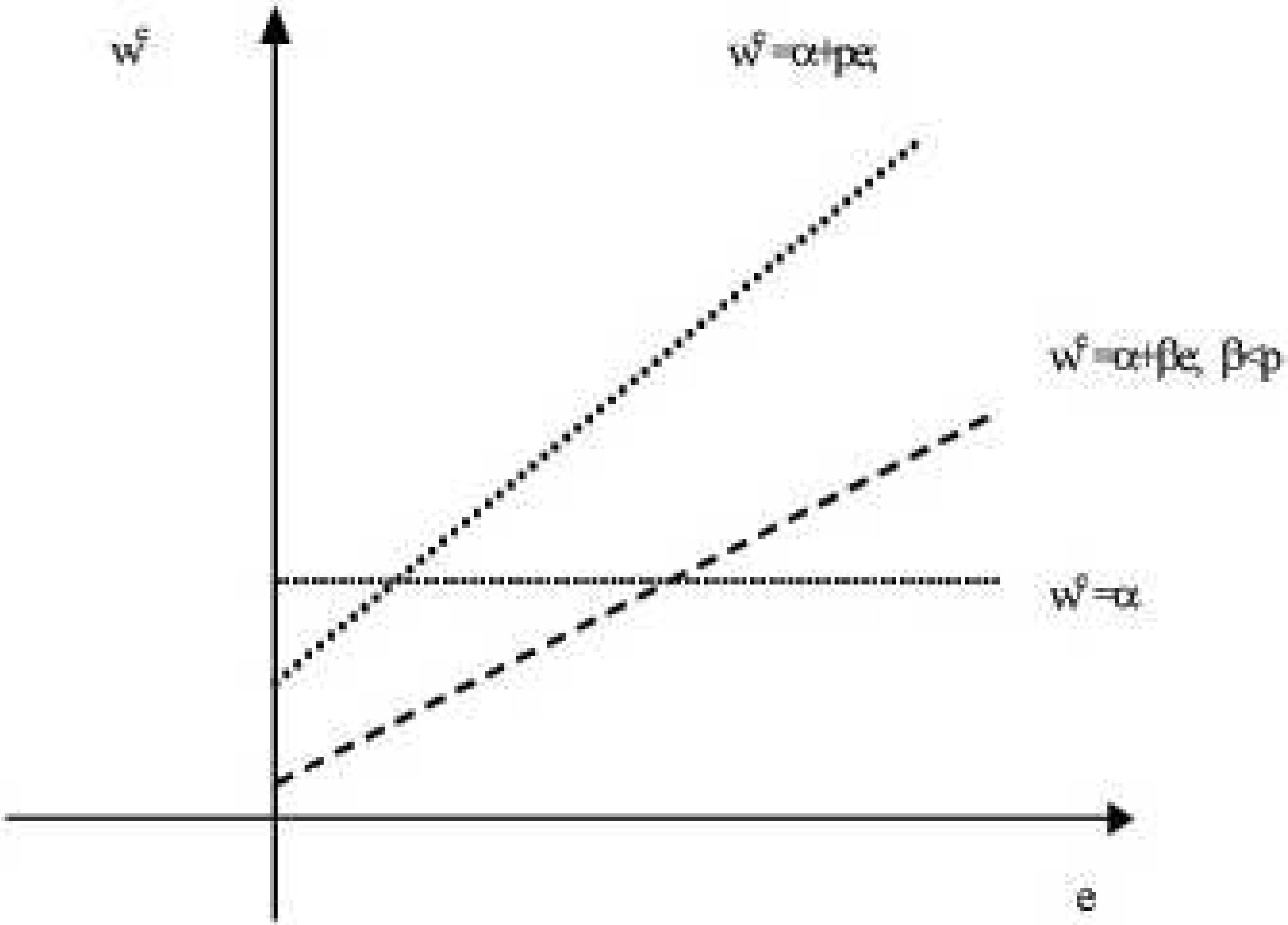
C. schema con franchising

(9.12) $w = \alpha + \beta x$

con $\beta = p$ e $\alpha < 0$

Si veda grafico 9.1 (da correggere nel testo)

Graf. 9.1



Diversi strutture retributive e diversi vincoli del lavoratore

Consideriamo ora la funzione di utilità del lavoratore, l'opzione esterna ed i profitti dell'impresa

Funzione di utilità

(9.13) $U(w^e, e) = w^e - \delta e^2 / 2$

ove il parametro δ (delta) cattura il grado di avversione del lavoratore rispetto allo sforzo

La funzione ci dice che una unità di salario accresce di una unità l'utilità del lavoratore mentre una unità di sforzo aggiuntivo implica una riduzione della utilità pari a δe

(9.14) $\partial U / \partial w^e = 1$ per un dato valore di impegno

(9.15) $\partial U / \partial e = - \delta e$ per un dato valore del reddito

(9.15.1) $\partial U (\partial U / \partial e) / \partial e = - \delta$

Da cui segue che la derivata seconda è nulla per la prima equazione e negativa per la seconda equazione pari a - δ, quindi l'utilità del reddito è costante, mentre la disutilità dello sforzo è crescente divenendo quindi sempre più costoso l'impegno lavorativo

Dalle equazioni precedenti segue anche che affinché l'utilità rimanga costante occorre che la crescita dello sforzo sia compensata da una crescita del reddito

Assumendo quindi che la Δ dell'utilità sia pari a zero si ha

(9.16) $\Delta U = 0$

$$= \partial U / \partial w^{e} \ \Delta w + \partial U / \partial e \ \Delta e = 0$$

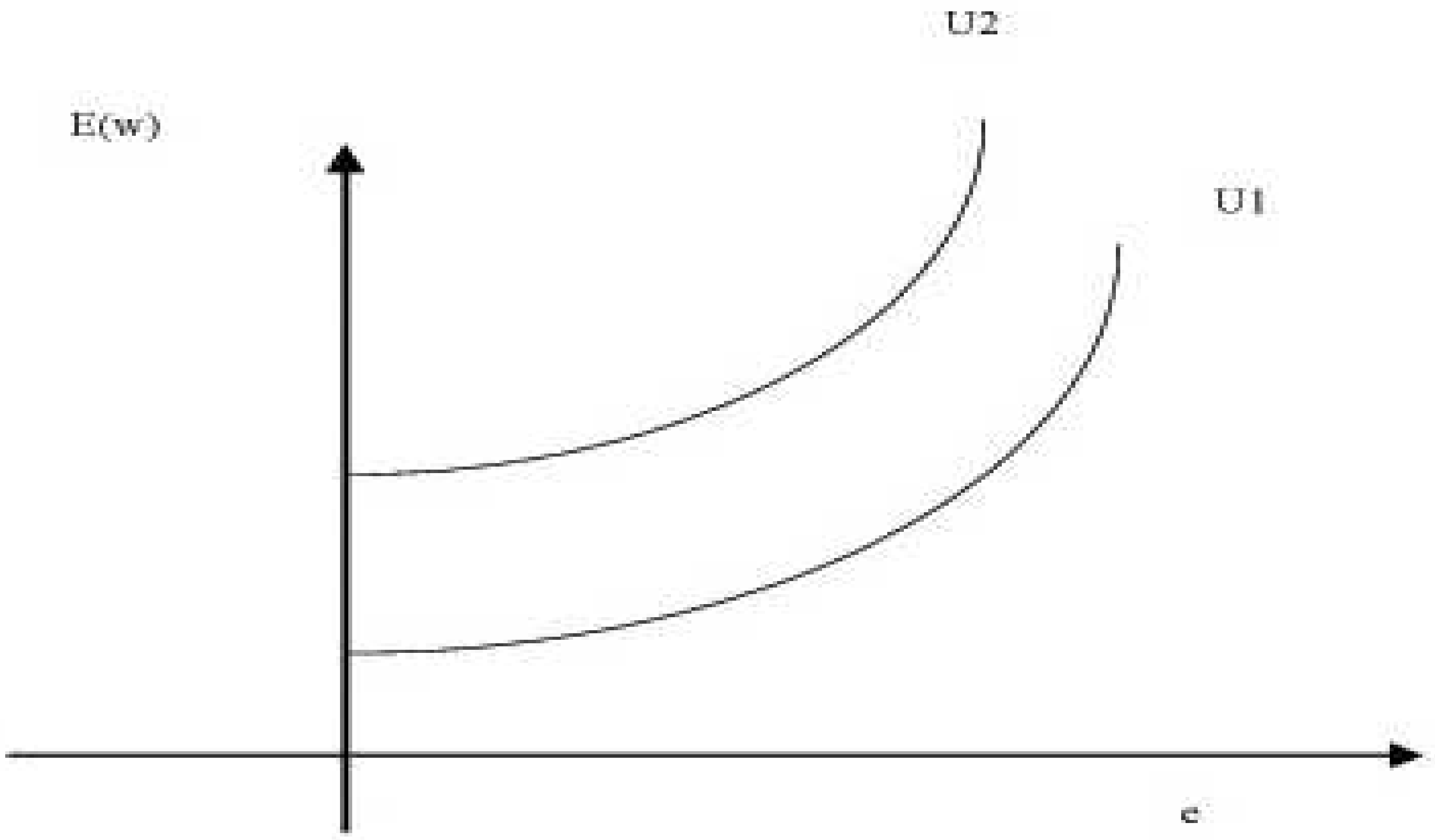
$$= 1 \ \Delta w + (- \delta e) \ \Delta e = 0$$

$$= \ \Delta w / \Delta e \ = - (- \delta e) = \delta e$$

Che costituisce l'inclinazione della funzione di utilità

Da questa funzione di utilità possono essere ricavate le curve di indifferenza come tracciate nel grafico 9.2

Graf. 9.2



Le curve di indifferenza del lavoratore

Queste curve sono il luogo dei punti per i quali il lavoratore è indifferente come combinazione di reddito atteso w^e e sforzo lavorativo e

Le curve hanno queste caratteristiche

1. sono positivamente inclinate, maggiore sforzo deve essere compensato da maggiore reddito atteso

2. le curve di indifferenza non si intersecano

3. le curve si spostano verso l’alto per livelli di utilità crescenti

4. le curve di indifferenza sono convesse rispetto l’asse orizzontale in quanto la disutilità crescente dello sforzo deve essere compensata da crescenti valori del reddito atteso affinché l’utilità rimanga costante

L'inclinazione della curva di indifferenza è data dalla derivata prima del valore atteso del salario rispetto ad e per un dato livello di utilità costante

Dalla (9.13) si ha per U costante al livello $\bar{U}$

(9.13.1) $U(w^e, e) = \bar{U} = w^e - \delta e^2 / 2 = E(w) - \delta e^2 / 2$

quindi

(9.13.2) $E(w) = \delta e^2 / 2 + \bar{U}$

derivando per e

(9.13.3) $\partial E(w) / \partial e = \delta e > 0$

che costituisce la pendenza (crescente) della curva di indifferenza con derivata seconda positiva pari a δ come si è visto in precedenza

Opzione esterna

Si ipotizza che vi è sempre la possibilità del lavoratore di rifiutare la proposta retributiva e cercare una occupazione esterna che ha una utilità pari a

(9.17) $u > 0$

Profitti attesi

L'impresa massimizza i profitti attesi che sono dati da

(9.18) $E(\Pi) = pE(x) - w^e = p\,e - \alpha - \beta e = (p-\beta)\,e - \alpha$

Da cui segue che il profitto per unità di prodotto è pari a $(p-\beta)$, e sono i ricavi attesi per unità di sforzo, e $-\alpha$ il costo fisso che l'impresa ha indipendentemente dal livello della produzione

quindi

$(p-\beta)\,e$ sono i profitti variabili

α il profitto fisso che potrebbe essere negativo od anche positivo

Le soluzioni del modello

La decisione del lavoratore (agente)

1. se accetta di lavorare per l'impresa (principale) che livello di sforzo sceglie ?

Risposta: quello che massimizza la sua utilità

2. se accetta il contratto e sceglie il livello di e^* ottimale, conviene accettare lo schema proposto ricevendo $w^e(e^*)$ e quindi l'utilità $U[we\ (e^*), e^*]$?

Risposta: accetta solo se l'utilità è pari almeno a quella della opzione esterna u

Se il contratto è a retribuzione fissa pari a

(9.10) $w = \alpha$

il salario atteso è pari a

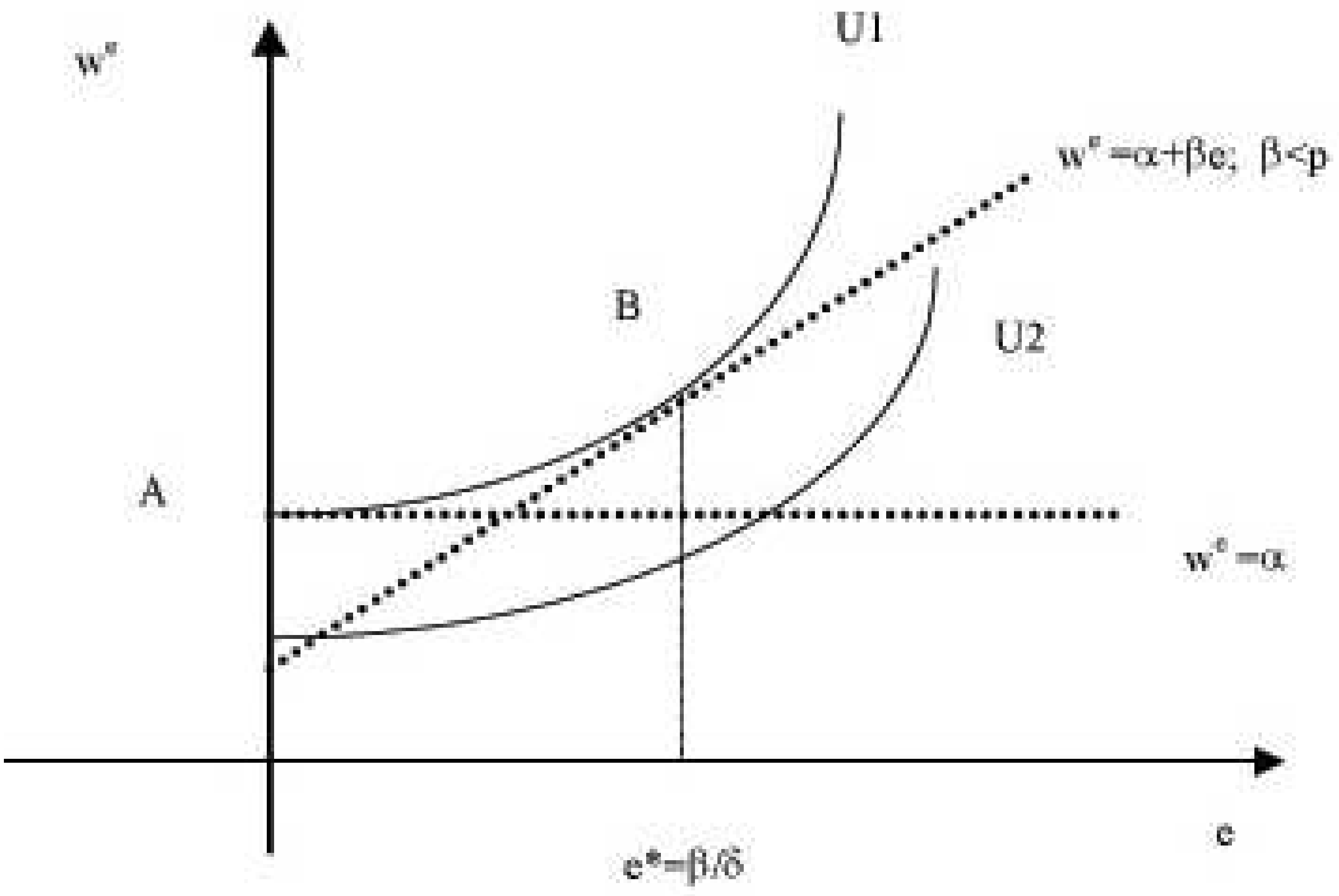
(9.19) $w^e = \alpha$

e l'utilità massima si ha in corrispondenza di sforzo pari a zero ovviamente

(9.20) e^* (contratto con retribuzione fissa) = 0

Il lavoratore si posizione sulla curva di indifferenza più alta dato il valore di α, come risulta dal grafico 9.3

Graf. 9.3



Il problema del lavoratore

Se il contratto è del tipo retribuzione variabile, schema con bonus

(9.11) $w = \alpha + \beta x$

con β che assume valori pari a $0 < \beta < p$

il salario atteso sarà pari a

(9.21) $w^e = \alpha + \beta E(x) = \alpha + \beta\ e$

da cui segue che la scelta di e avviene in corrispondenza della funzione di utilità più elevate dato il vincolo di bilancio che ha il lavoratore, ovvero lo schema premiante offerto dall'impresa

Sappiamo che la pendenza della curva di indifferenza è pari a

(9.13.3) $\partial E(w) / \partial e = \delta e > 0$

mentre dalla (9.21) la pendenza del vincolo di bilancio è pari a

(9.21.1) $\partial w^e / \partial e = \beta$

Per cui la condizione di ottimo per il lavoratore è data dalla uguaglianza

(9.22) $\partial w^e / \partial e = \beta = \partial E(w) / \partial e = \delta e$

$$\beta = \delta e$$

da cui

(9.23) $e^* = \beta / \delta$

che costituisce il **vincolo di compatibilità degli incentivi IC**

Formalizzando infatti si ha

$$(9.24)\ \max_e U(w^e, e) = w^e - \delta e^2 / 2$$

$$\text{s.t.}\quad w^e = \alpha + \beta e$$

Sostituendo il vincolo nella funzione si ha

$$(9.24.1)\ \max_e U(w^e, e) = \alpha + \beta e - \delta e^2 / 2$$

Derivando rispetto ad e e ponendo la derivata uguale a zero si ha

(9.25) $\beta - \delta e = 0$

Da cui si ottiene la equazione (9.23) $e^* = \beta / \delta$

Da questo segue che

1. affinché e sia positivo occorre che $\beta > 0$

2. il livello di sforzo è massimo quando $\beta = p$ ovvero quando la componente variabile del salario coincide con il valore totale del prodotto realizzato e quindi il lavoratore riceve tutto il risultato del suo sforzo lavorativo, il che implica che siamo nello schema del franchising con $\alpha < 0$

A questo punto, è conveniente per il lavoratore accettare il contratto ?

Se accetta la proposta, il lavoratore ha questa utilità

(9.26) $U\ (w^e\ (e^*),\ e^*) = w^e\ (e^*) - \delta\ e^{*2} / 2 =$

$= \alpha + \beta e^* - \delta\ e^{*2} / 2$

che deve essere almeno pari ad u che è il valore della opzione esterna

(9.27) $U\ (w^e\ (e^*),\ e^*) \geq u$

Sostituendo il livello di sforzo che massimizza l'utilità del lavoratore dalla eq. (9.23) si ha

(9.28) $\alpha + \beta e^* - \delta\, e^{*2} / 2 \geq u$

$$\alpha + \beta\, \beta / \delta - \delta\, (\beta / \delta)^{2} / 2 \geq u$$

$$\alpha + \beta^2 / \delta - \delta\, \beta^2 / \delta^{2}\, 2 \geq u$$

$$\alpha + \beta^2 / \delta - \beta^2 / \delta\, 2 \geq u$$

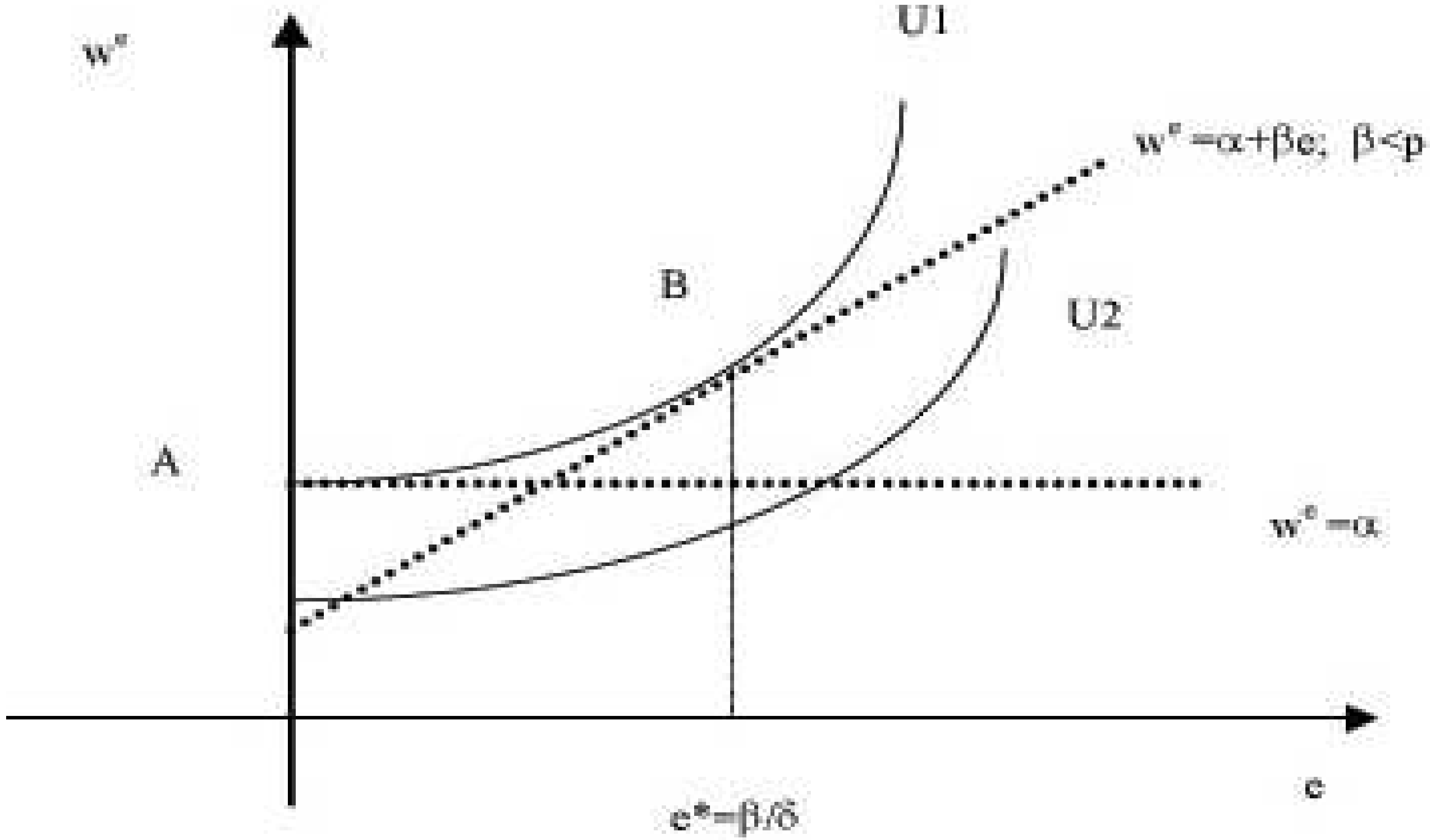
$$\alpha + \beta^2 / 2\,\delta \geq u$$

che costituisce il **vincolo di partecipazione IP**

Graficamente, in corrispondenza del livello di impegno ottimale e^* il livello di utilità deve esser almeno pari alla opzione esterna

Si veda grafico 9.3, confrontando il punto B con il punto A

Graf. 9.3



Il problema del lavoratore

Per cui i due vincoli

(9.23) $e^* = \beta / \delta$

vincolo di compatibilità degli incentivi IC

e

(9.28) $\alpha + \beta^2 / 2\delta \geq u$

vincolo di partecipazione P

costituiscono la soluzione del problema per il lavoratore

La decisione dell'impresa (principale) (con un agente neutrale al rischio)

1. Tra tutti i sistemi retributivi da offrire quale è quello che massimizza il profitto ?

Risposta: il sistema che massimizza i profitti, quindi max ricavi meno costi

2. individuato il sistema ottimale, conviene offrire il posto di lavoro al lavoratore ?

Risposta: fino a che i profitti sono positivi, conviene all'impresa assumere il lavoratore

Il primo problema del principale è quello di scegliere α e β

Procedura: scelta di α per un generico valore di β, e quindi scelto α ottenere β ottimale

La scelta di α

Occorre che α sia tale anzitutto che per un dato valore di β il lavoratore accetti il contratto, quindi che sia soddisfatto il vincolo di partecipazione e che il lavoratore non scelga l'opzione esterna

Dal vincolo di partecipazione si ha che

(9.28) $\alpha + \beta^2 / 2\delta \geq u$

da cui

(9.29) $\alpha = u - \beta^2 / 2\delta$

che individua la più bassa retribuzione che deve dare al lavoratore in modo che lui accetti di lavorare

Esiste quindi una relazione inversa tra retribuzione fissa e bonus: maggiore è β, minore sarà la componente fissa.

Se $\beta = 0$ si ha che la quota fissa deve essere pari alla opzione esterna, ed introducendo un bonus la retribuzione fissa diminuisce

Al limite con $\beta = p$ tutto il valore della produzione va al lavoratore sotto forma di salario variabile, e quindi α deve essere negativo, schema del franchising

Se u fosse pari a zero, allora si avrebbe sempre un valore negativo per α

Con l'opzione esterna che ha valore nullo, il lavoratore accetta di lavorare per l'impresa pagando una quota di ingresso, e quindi accettando il salario tutto variabile, anche con $\beta < p$

La scelta di β

Dato il livello di α che soddisfa il vincolo di partecipazione del lavoratore, occorre ora individuare il valore di β che consenta all'impresa di massimizzare i profitti

Trovare β tale che i profitti siano massimi avendo il vincolo di α determinato dal vincolo di partecipazione del lavoratore

I profitti attesi sono pari a

(9.30) $E(\Pi) = px^e - w^e$

$= pe - \alpha - \beta e$

$= (p - \beta)\, e - \alpha$

Ed essendo il livello di sforzo quello deciso dal lavoratore tale da massimizzare la sua utilità si ha

(9.31) $E(\Pi) = (p - \beta)\, e^* - \alpha$

$$= (p - \beta)\, \beta/\delta - \alpha$$

Da cui si vede che:

1. I profitti variabili sono positivi se $p - \beta > 0$ ovvero occorre che non tutto il valore della produzione vada al lavoratore

2. la quantità prodotta dipende dal livello di sforzo del lavoratore, che cresce al crescere di β

3. se $\beta = p$ allora i profitti variabili sono nulli ed i profitti sarebbero positivi solo con $\alpha < 0$, quindi la retribuzione fissa si trasforma in ricavo fisso e quindi in profitti fissi

4. per cui vi sono due componenti del profitto dell'impresa, una variabile ed una fissa che potrebbe essere negativa o positiva

Per completare la soluzione si sostituisca ad α il valore ottenuto in precedenza dalla (9.29) nella (9.31)

(9.32) $E(\Pi) = (p - \beta)\, e^* - \alpha$

$= (p - \beta)\, \beta/\delta - [\, u - \beta^2/ 2\delta \,]$

$= p\, \beta/\delta - \beta^2/\delta - u + \beta^2/ 2\delta$

$= p\, \beta/\delta - u + (- 2\beta^2 + \beta^2) / 2\delta$

$= p\, \beta/\delta - u - \beta^2 / 2\delta$

Ottenuta la funzione dei profitti da massimizzare, si derivi questa per β ponendo la derivata uguale a zero

(9.33) $\max E(\Pi)_{\beta} = p\,\beta/\delta \;-\; u - \beta^2 / 2\delta$

(9.34) $\partial E(\Pi) / \partial \beta = p/\delta - \beta/\delta = 0$

$$p/\delta = \beta/\delta$$

$$p = \beta$$

Per cui nel caso di lavoratore neutrale al rischio la soluzione ottimale per l'impresa è adottare un sistema del tutto variabile con tutto il valore della produzione ai lavoratori $p = \beta$ ed una costo fisso di contratto che questi pagano all'impresa, pari a α

In questa situazione, conviene al principale assumere l'agente ?

Per assumere il lavoratore occorre che i profitti totali siano positivi per l'impresa

In base al valore di β determinato sopra, si ottiene il valore di α anzitutto che l'impresa deve ricevere dal lavoratore usando la (9.29) e la (9.34)

(9.35) $\quad \alpha = u - \beta^2 / 2\delta$

$$\alpha = u - p^2 / 2\delta$$

che evidenzia di nuovo che con $u = 0$, il salario base è sempre negativo

I profitti dell'impresa saranno

(9.36) $E(\Pi) = p\, \beta/\delta \;-\; u - \beta^2 / 2\delta$

e con $\beta = p$ si ha

$$\begin{aligned} E(\Pi) &= p^2 / \delta - u - p^2 / 2\delta \\ &= 2p^2 / 2\delta - u - p^2 / 2\delta \\ &= p^2 / 2\delta - u \end{aligned}$$

Che saranno positivi per

(9.37) $p^2 / 2\delta - u \geq 0$

$$p^2 / 2\delta \geq u$$

che è il **vincolo di partecipazione per il principale**

Se ciò risulta soddisfatto, il principale assume l'agente

Da cui segue che α deve essere negativo anche con $u > 0$

In conclusione, il contratto ottimale prevede

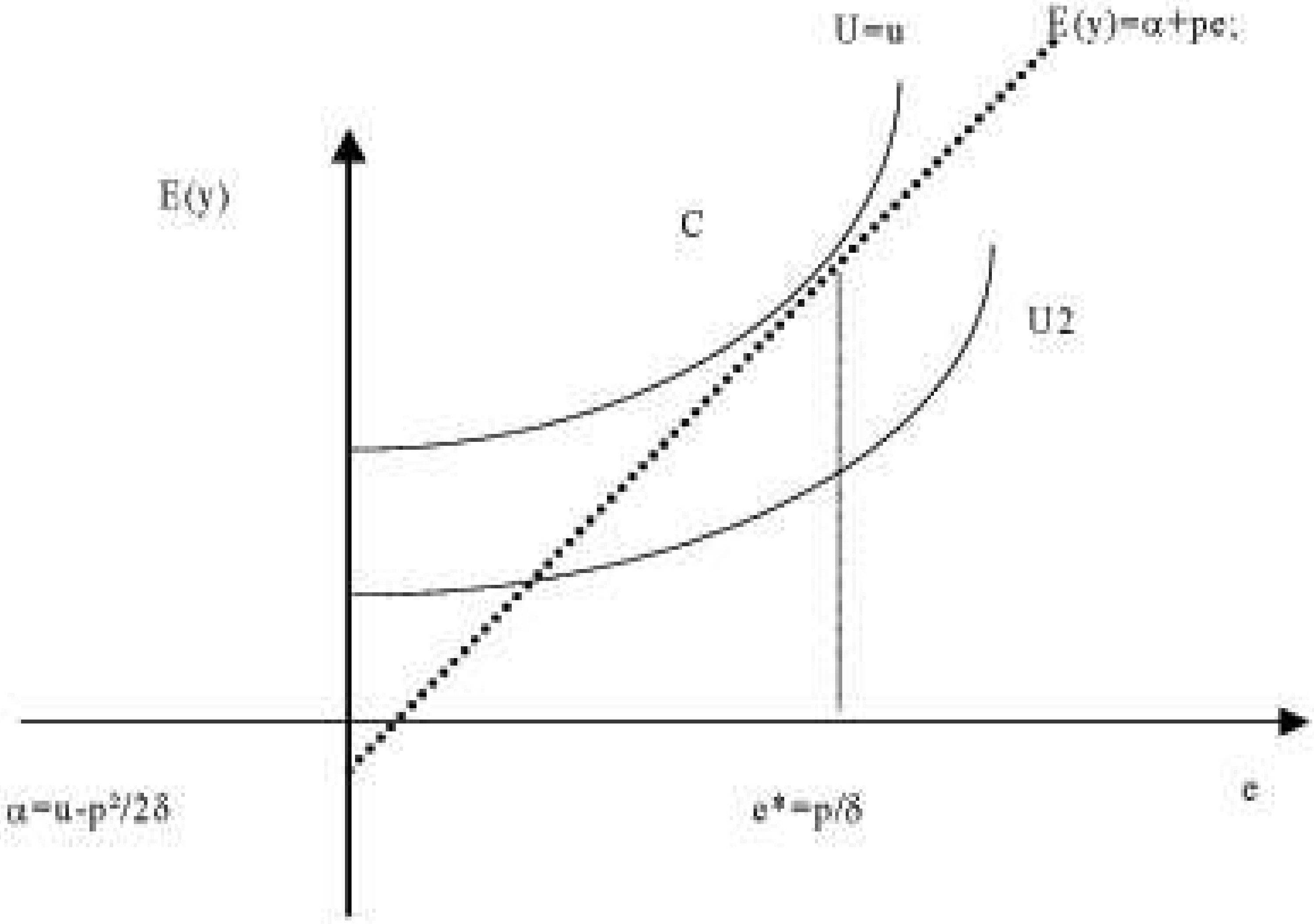
(9.34) $p = \beta$

(9.35) $\alpha = u - p^2 / 2\delta$

(9.23) $e^* = p / \delta$

Grafico 9.5

Graf. 9.5



Il contratto ottimale

Neutralità al rischio ma non ammissibilità di pagamenti negativi

L'ipotesi di non ammissibilità di pagamenti negativi è più che ragionevole

1. impossibilità legale

2. restrizione al credito

Inoltre nel caso specifico in cui l'opzione esterna sia pari a zero, $u = 0$, si avrebbe impiegando la eq. (9.29)

(9.29) $\alpha = u - \beta^2 / 2\delta$

(9.29.1) $\alpha = - \beta^2 / 2\delta$

un pagamento negativo certo, indipendentemente dal valore assunto da β.

Ma sappiamo anche che il modello prevede $\beta = p$, per cui

(9.29.2) $\alpha = - p^2 / 2\delta$

Per l'impresa

Se introduciamo il vincolo di non negatività di α,

(9.38) $\alpha = 0$

i profitti totali sono dati solo dai profitti variabili, per cui

(9.31.1) $E(\Pi) = (p - \beta)\, e^* - \alpha$, con $\alpha = 0$ segue che …..

$$= (p - \beta)\, \beta/\delta$$

Ora pur sapendo che il livello di sforzo massimo si ha per il lavoratore quando $\beta = p$, l'impresa non può adottare tale valore di β in quanto ora i profitti sarebbero zero

La condizione di avere $\beta° < p$ implica che lo sforzo non potrà essere quello massimo

Se l’impresa sceglie $\beta°$ per massimizzare i profitti, si avrà, dalla (9.31.1) con $\alpha = 0$:

(9.39) $\max E(\Pi)_{\beta} = (p - \beta°)\, \beta°/\delta$

(9.40) $\partial E(\Pi) / \partial \beta = - \beta°/\delta + (p - \beta°) / \delta = 0$

$$- \beta° + (p - \beta°) = 0$$

$$\beta° = p/2$$

Per cui deriva che il valore della produzione deve essere suddiviso al 50% tra lavoratore ed impresa

Per il lavoratore

L'utilità del lavoratore con pagamenti non negativi è pari a

(9.41) $U\,(w_e\,(\beta°), e^*(\beta°)) = w_e\,(\beta°) - \delta\, e^*(\beta°)^2 / 2$

$$= \beta° e^*(\beta°) - \delta\, e^*(\beta°)^2 / 2$$

$$= \beta°\, \beta°/\delta - \delta\, (\beta°/\delta\,)^2 / 2$$

$$= \beta°^2 /\delta - \beta°^2 /2\delta$$

$$= 2\beta°^2 /2\delta - \beta°^2 /2\delta$$

$$= \beta°^2 /2\delta$$

con $\beta° = p/2$ si ha

$$= p^2/4\delta - p^2/8\delta$$

$$= 2p^2/8\delta - p^2/8\delta$$

$$(9.42) \qquad = p^2/8\delta > 0$$

che dimostra che l'utilità del lavoratore è positiva e maggiore dell'opzione esterna in quanto si è assunto $u = 0$, per cui il lavoratore riceve una rendita (e se $u > 0$, quindi $\alpha = \alpha° > 0$?)

In conclusione si ha che il sistema retributivo prevede

(9.40) $\beta° = p/2$ anziché $\beta = p$

(9.38) $\alpha = 0$ anziché $\alpha = u - p^2 / 2\delta$

(9.23.bis) $e^* = \beta° / \delta = p / 2\delta$

anziché (9.23) $e^* = \beta / \delta = p / \delta$

Avversione al rischio del lavoratore

Ipotesi di avversione al rischio da parte dell’agente, per cui egli terrà conto non solo del valore atteso della sua retribuzione variabile, rispetto ad una retribuzione fissa certa, ma anche della sua varianza.

Maggiore è la varianza della retribuzione, maggiore è il rischio e minore è la preferenza dell’agente verso una offerta contrattuale rischiosa

Le preferenze dell’agente e la sua utilità

Funzione di utilità

(9.13) $U\ (w^e\ , e) = w^e - \delta\ e^2 / 2$

ove il parametro δ cattura il grado di avversione del lavoratore rispetto allo sforzo

Diviene

(9.43) $U\ (w^e\ , e) = w^e - \lambda var(w) - \delta\ e^2 / 2$

da cui

(9.44) $U\ (w^e\ , e) = \alpha + \beta\ \ddot{x} - \lambda var(\alpha + \beta\ \ddot{x}) - \delta\ e^2 / 2$

Si assuma che la varianza del salario sia pari a

(9.45) $var(w) = var(\alpha + \beta\, \ddot{x}) = \beta^2\, var(\eta) = \beta^2 v$

per cui

(9.44.1) $U(w^e, e) = \alpha + \beta\, e - \lambda\, \beta^2 v - \delta\, e^2 / 2$

Si ricorda infatti che abbiamo assunto all'inizio della trattazione

(9.1) $x = (e + \eta)$

(9.2) $E(\eta) = 0$

(9.3) $var(\eta) = v$

(9.4) $\ddot{x} = E(x) = e$

Per cui maggiore è la varianza della produzione x data dalla componente aleatoria, minore è la utilità del lavoratore

Il problema dell'agente sarà sempre quello di individuare il livello di e^* ottimale massimizzando la sua funzione di utilità, e derivando questa rispetto ad e, ponendo la derivata prima uguale a 0

(9.45) $\max_e U(w^e, e) = \alpha + \beta e - \lambda \beta^2 v - \delta e^2 / 2$

Derivando rispetto ad e e ponendo la derivata uguale a zero si ha

(9.45) $\beta - \delta e^* = 0 \quad \rightarrow \quad e^* = \beta / \delta$

che è identica alla (9.23) vista in precedenza con agente neutrale al rischio

(9.23) $e^* = \beta / \delta$

vincolo di compatibilità degli incentivi IC

Quindi lo sforzo ottimale non dipende dal grado di avversione al rischio

Ma così non è per il vincolo di partecipazione

Infatti con

(9.44.2) $U(w^e, e) = \alpha + \beta e^* - \lambda \beta^2 v - \delta e^{*2} / 2$

il contratto sarà accettato solo se

(9.46) $U(w^e, e) = \alpha + \beta e^* - \lambda \beta^2 v - \delta e^{*2} / 2 \geq u$

dove u è la nostra consueta opzione esterna

Sostituendo e* nella (9.46) si ha il nuovo **vincolo di partecipazione P**

(9.47) $\alpha + \beta\ \beta/\ \delta\ - \lambda\ \beta^2 v - \delta\ (\beta/\ \delta)^2 / 2 \geq u$

$$\alpha + \beta^2/\ \delta\ - \lambda\ \beta^2 v - \beta^2/\ 2\delta \geq u$$

$$\alpha + \beta^2/\ 2\delta\ - \lambda\ \beta^2 v\ \geq u$$

$$\alpha + \beta^2\ [\ (1 - \lambda\ v\ 2\delta)\ /\ 2\delta\ ] \geq u$$

che è differente dal precedente vincolo che era

(9.28) $\alpha\ + \beta^2/\ 2\ \delta\ \geq\ u$

vincolo di partecipazione P con neutralità al rischio

Il nuovo vincolo è meno attraente per il lavoratore, in quanto il termine a numeratore entro la parentesi

$[(1 - \lambda v 2\delta) / 2\delta]$

riduce la parte sinistra della espressione essendo i parametri λ e v tutti positivi

Maggiore è la varianza del salario e maggiore è il parametro λ che influenza l'utilità del lavoratore, *ceteris paribus*, minore sarà la partecipazione all'accordo

Le scelte del principale

Per il principale, si avrà che la scelta dei parametri α e β sarà pure influenzata dalla avversione al rischio dell'agente.

Scelta di α anzitutto

Dato un valore β qualsiasi, occorre che l'offerta del contratto sia tale da soddisfare il vincolo di partecipazione del lavoratore, per cui da

(9.47) $\alpha + \beta^2 [(1 - \lambda v 2\delta) / 2\delta] \geq u$

si ha

(9.48) $\alpha° = u - \beta^2 [(1 - \lambda v 2\delta) / 2\delta]$

Inoltre la scelta di β deve sempre soddisfare la massimizzazione del profitto per il principale

I profitti sono analogamente alla (9.30)

(9.49) $E(\Pi) = px^e - w^e$

$= pe^* - \alpha° - \beta° e^*$

con i vincoli (9.45) e (9.48) che possiamo scrivere così

(9.45.bis) $e^* = \beta° / \delta$

(9.47.bis) $\alpha° = u - \beta°^2 / 2\delta + \lambda \beta°^2 v$

e quindi sostituire nella (9.49) per ottenere

(9.50) $E(\Pi) = p\, \beta°/\delta - [u - \beta°^2 / 2\delta + \lambda \beta°^2 v] - \beta° \beta°/\delta$

$= p\, \beta°/\delta - u + \beta°^2 / 2\delta - \lambda \beta°^2 v - \beta°^2/\delta$

$= p\, \beta°/\delta - u + \beta°^2 / 2\delta - \lambda \beta°^2 v - 2\beta°^2/2\delta$

$= p\, \beta°/\delta - u - \beta°^2 / 2\delta - \lambda \beta°^2 v$

Massimizzando i profitti

(9.51) $\max E(\Pi)_{\beta°} = p\, \beta°/\delta - u - \beta°^2/ 2\delta - \lambda\, \beta°^2 v$

rispetto a β° (derivare la (9.51) rispetto a β°) e ponendo la derivata uguale a 0 si ha

(9.52) $\partial E(\Pi) / \partial \beta = p/\delta - \beta° / \delta - 2 \lambda \beta° v = 0$

$$\beta° / \delta + 2 \lambda \beta° v = p/\delta$$

$$\beta° (1/ \delta + 2 \lambda v) = p/\delta$$

$$\beta° (1 + 2 \lambda v \delta) / \delta = p/\delta$$

$$\beta° (1 + 2 \lambda v \delta) = p$$

(9.53) $$\beta° = p / (1 + 2 \lambda v \delta)$$

che risulta inferiore a p, essendo il denominatore > 1

Per cui il contratto ottimale risulta caratterizzato da

(9.53) $\beta° = p / (1 + 2 \lambda v \delta)$

(9.48) $\alpha° = u - \beta°^2 [(1 - \lambda v 2\delta) / 2\delta]$

$= u - [p / (1 + 2 \lambda v \delta)]^2 [(1 - \lambda v 2\delta) / 2\delta]$

(9.45) $e°* = \beta°/ \delta = [p / (1 + 2 \lambda v \delta)]/ \delta$

da cui risulta che rispetto alla situazione di neutralità al rischio, in caso di avversione al rischio dell'agente

1. lo sforzo ottimale è inferiore

$e°^* = \beta°/ \delta = [p / (1 + 2 \lambda v \delta)]/ \delta \quad < \quad e^* = p/ \delta$

2. la probabilità che l'agente accetti il contratto si riduce

$\alpha° = u – \beta°^2 [(1 – \lambda v 2\delta) / 2\delta] \quad > \quad \alpha = u - \beta^2/ 2\delta$

ed α° potrebbe essere positivo

3. il grado di suddivisione della rendita si riduce ed è $\beta° < p$

$\beta° = p / (1 + 2 \lambda v \delta) \quad < \quad \beta = p$