

2. Eterogeneità del lavoro. Esiste un mix ottimale ?

Decisione di quale composizione della forza lavoro assumere nell'impresa

Successivamente, trade-off tra ore e volume di occupazione

Forza lavoro eterogenea: lavoratori con differenti competenze

1. Lavoratori qualificati Skilled

2. Lavoratori non qualificati Unskilled

Ipotesi semplificatrici

- a. impresa concorrenziale, il prezzo del prodotto è dato ed i salari sono dati dal mercato
- b. breve periodo, il capitale è dato per cui è data la scala di produzione

Si tratta di scegliere l'input di lavoro allocato tra skilled e unskilled

Modello base

L'impresa produce Y ed impiega capitale K , lavoro non qualificato L , lavoro qualificato H

in base alla seguente funzione di produzione

$$(2.1) Y = F(K, L, H) \text{ con } K \text{ dato, } K = \check{K}$$

Il problema è unicamente scegliere quanto L e H assumere.

Si consideri le produttività marginali dei fattori, dato l'impiego degli altri fattori

$$(2.2) Y_L = \partial Y / \partial L = F_L > 0$$

$$(2.3) Y_H = \partial Y / \partial H = F_H > 0$$

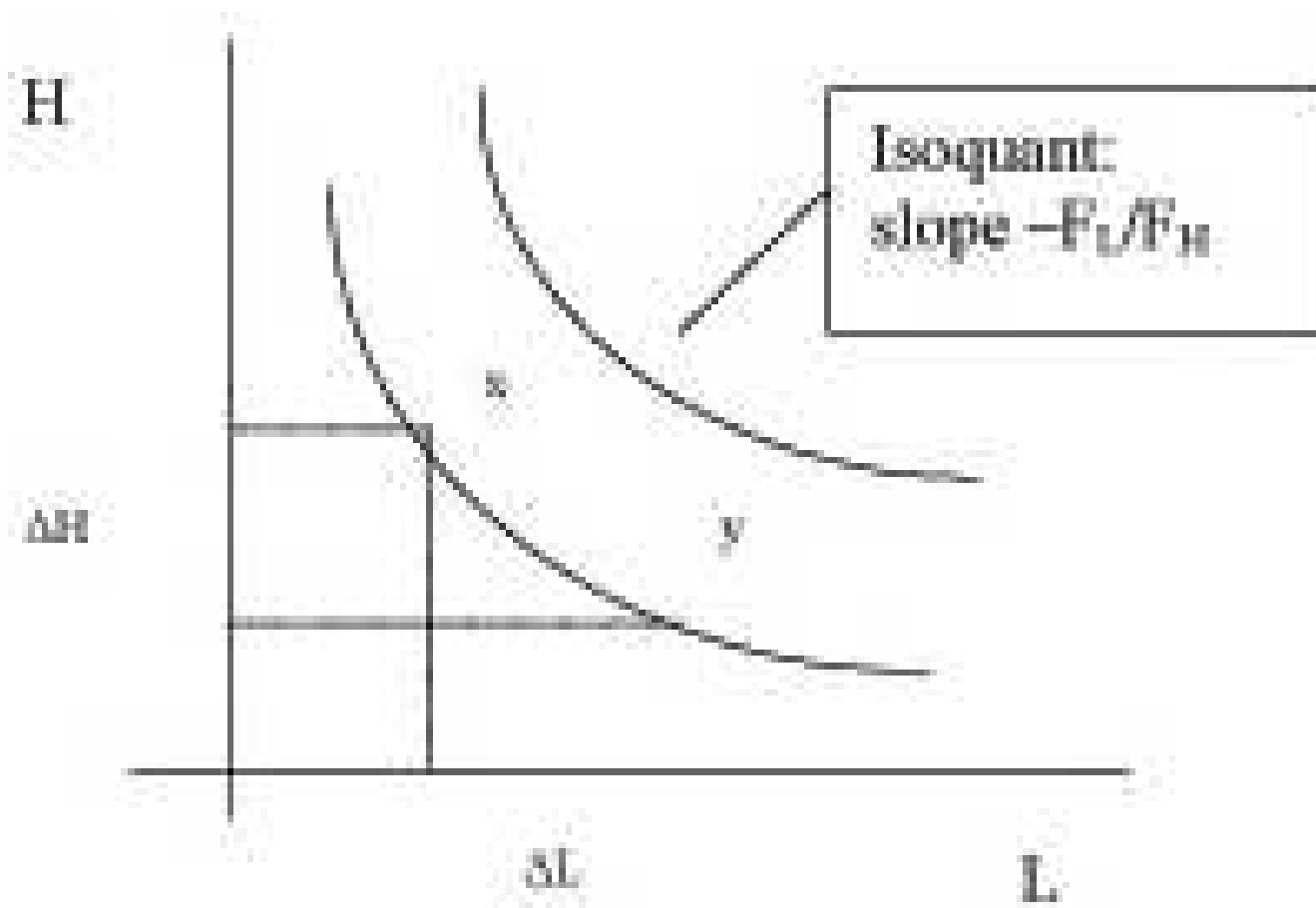
Isoquanto

$$(2.4) \quad \Delta Y = F_L \Delta L + F_H \Delta H = 0$$

$$(2.5) \quad \Delta H / \Delta L = - F_L / F_H$$

chiamato *Saggio marginale di sostituzione tecnica*

Graf.2.1



Isoquanto

Isocosto

L'impresa si confronta con salari di mercato dati tali per cui

$$(2.6) w_H \geq w_L$$

Per cui i costi sono dati da

$$(2.7) CT = w_H H + w_L L$$

da cui

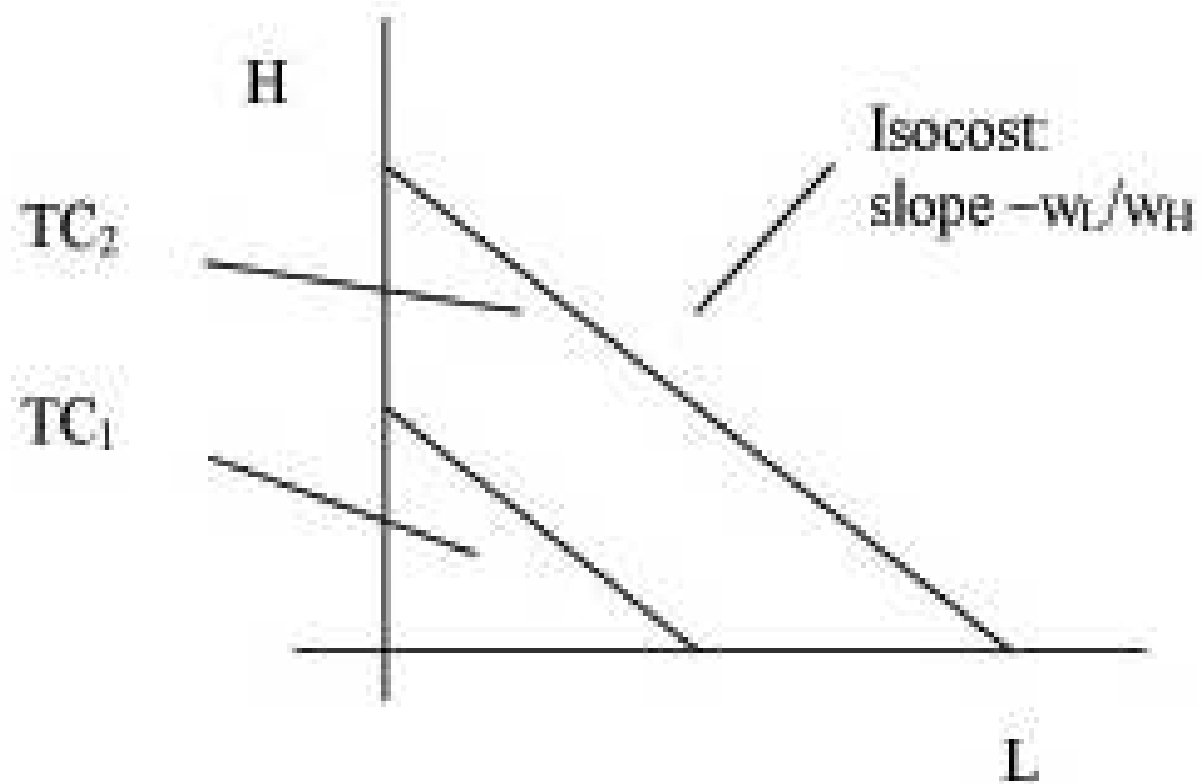
$$(2.8) H = - (w_L / w_H) L + CT / w_H$$

che rappresenta l'isocosto

Pendenza dell'isocosto

$$(2.9) \Delta H / \Delta L = - w_L / w_H$$

Graf.2.2



Isocosto

*Concetto di premio salariale
del lavoro qualificato*

$$(2.10) \ w_H = (1+\gamma) w_L$$

Per cui la pendenza dell'isocosto è

$$(2.11) \ - w_L / w_H = - 1 / (1 + \gamma)$$

Problema e soluzione

Il problema dell'impresa consiste quindi nel minimizzare i costi data la funzione di produzione

$$(2.12) \text{ Min } CT = w_H H + w_L L$$

$$\text{s.t. } Y = F(K, L, H)$$

con K dato, $K = \check{K}$, e Y dato, $Y = \bar{Y}$

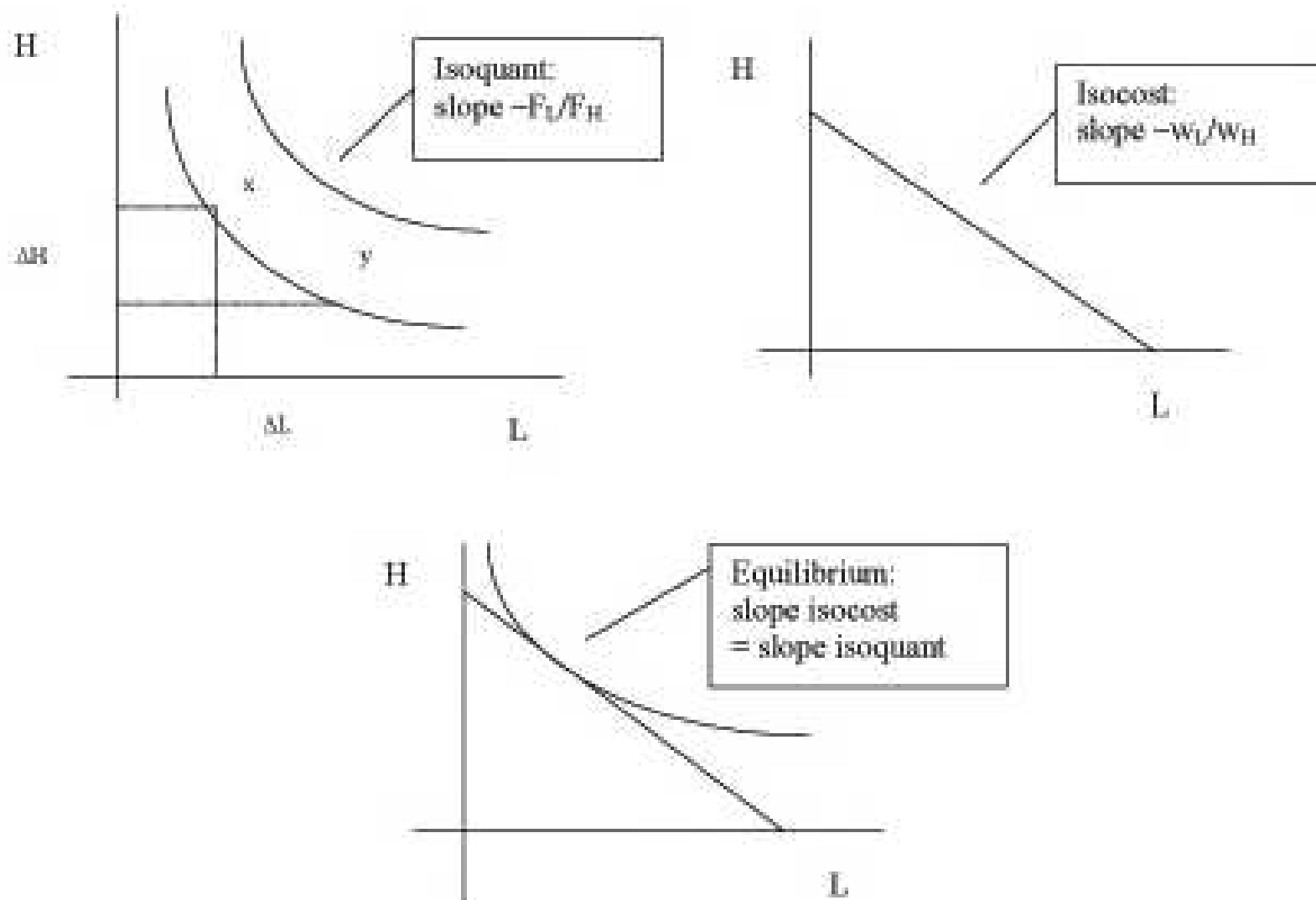
Pendenza isoquanto = pendenza isocosto

$$(2.13) \Delta H / \Delta L = - F_L / F_H = - w_L / w_H = - 1 / (1 + \gamma)$$

Analisi grafica

Graf.2.3

La Soluzione del Rapporto di Competenze Ottimale con Produzione Interdependente



Soluzione analitica con la funzione Lagrangiana

$$(i) \quad \Lambda = w_H H + w_L L + \lambda [\bar{Y} - F(\check{K}, L, H)]$$

$$(ii) \quad \partial \Lambda / \partial L = w_L - \lambda F_L = 0 ; w_L = \lambda F_L$$

$$(iii) \quad \partial \Lambda / \partial H = w_H - \lambda F_H = 0 ; w_H = \lambda F_H$$

$$(iv) \quad \partial \Lambda / \partial \lambda = \bar{Y} - F(\check{K}, L, H) = 0 ; F(\check{K}, L, H) = \bar{Y}$$

$$(v) \quad w_L / w_H = F_L / F_H$$

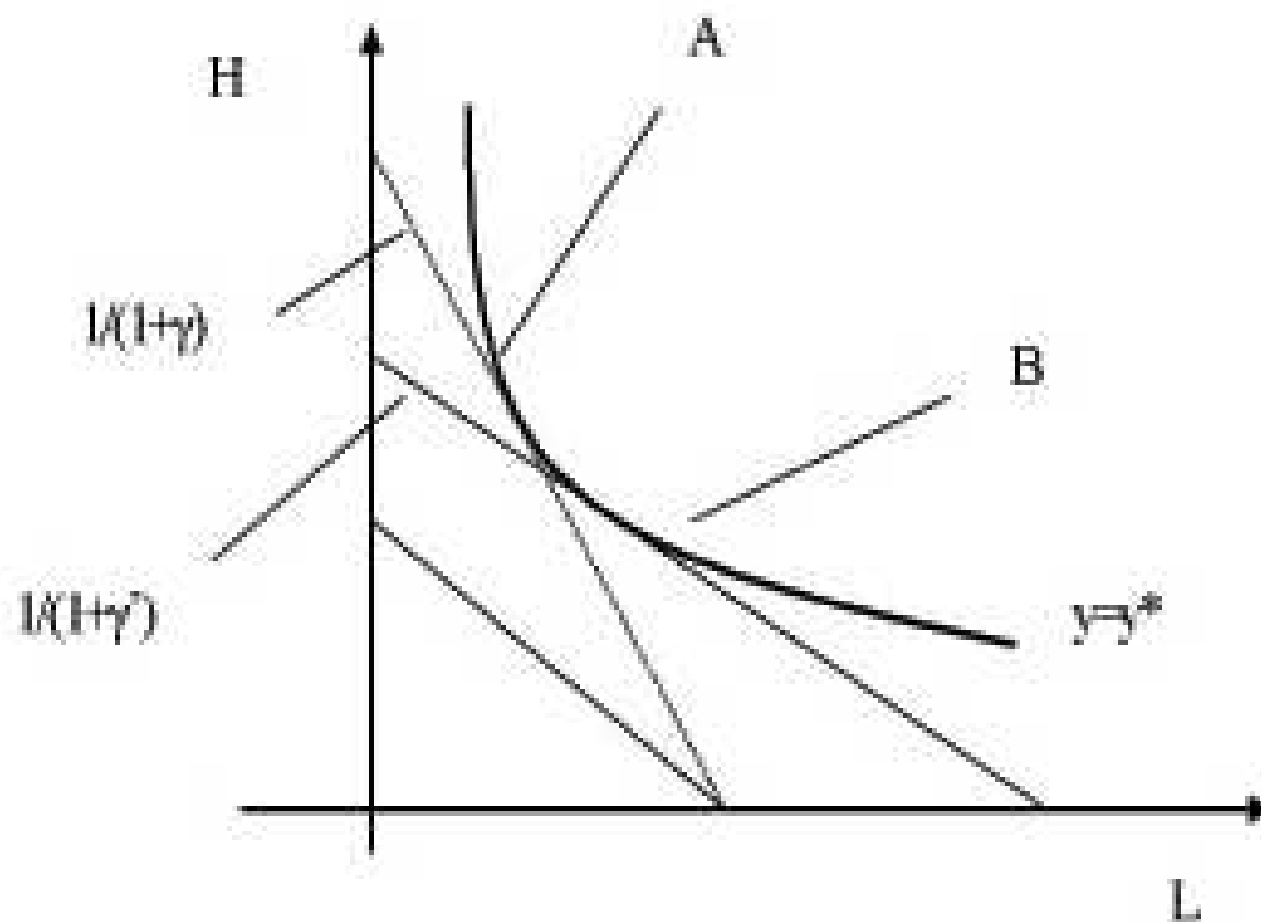
Cosa succede se aumenta il premio salariale γ ?

Risposta: in caso di produzione interdipendente per cui la produttività di un fattore dipende anche dall'impiego dell'altro fattore, un aumento del premio salariale comporta una diminuzione delle competenze assunte nell'impresa, dato il livello di produzione esogeno.

Analisi grafica

Graf.2.4

L'effetto di un aumento di γ nel rapporto di competenze ottimali



Esempio con la funzione di produzione Cobb-Douglas

$$(2.14) Y = L^\beta H^\alpha \text{ con } \alpha \text{ e } \beta > 0$$

$$(2.15) \partial Y / \partial L = F_L = \beta L^{\beta-1} H^\alpha$$

$$(2.16) \partial Y / \partial H = F_H = \alpha L^\beta H^{\alpha-1}$$

$$(2.17) \Delta H / \Delta L = - F_L / F_H = - \beta L^{\beta-1} H^\alpha / \alpha L^\beta H^{\alpha-1} = - \beta H / \alpha L$$

da cui utilizzando la soluzione del problema (2.13) si ha

$$(2.18) \Delta H / \Delta L = - F_L / F_H = - \beta H / \alpha L = - w_L / w_H = - 1 / (1 + \gamma)$$

$$(2.19) \beta H / \alpha L = w_L / w_H = 1 / (1 + \gamma)$$

$$(2.20) H / L = \alpha / \beta (1 + \gamma)$$

Da cui se $\alpha \uparrow$ $H/L \uparrow$

Da cui se $\beta \downarrow$ $H/L \uparrow$

Da cui se $\gamma \downarrow$ $H/L \uparrow$

Un caso particolare, ma non troppo particolare: indipendenza nella produzione

La produttività di un fattore è indipendente dal livello di impiego degli altri fattori di produzione

Ipotesi, produttività costante dei fattori

$$(2.21) \quad \partial Y / \partial L = F_L = a$$

$$(2.22) \quad \partial Y / \partial H = F_H = b$$

Ipotizziamo un **premio di produttività** al lavoro qualificato pari a δ

$$(2.23) \quad b = a (1 + \delta)$$

Soluzione è data come sempre da pendenza isocosto uguale a pendenza isoquanto

$$(2.24) \quad a/b = w_L/w_H$$

da cui segue che se la produttività relativa dei lavoratori non qualificati è maggiore del loro costo relativo, questi verranno assunti, in caso contrario verranno assunti solo lavoratori qualificati

$$(2.25) \quad a/b > w_L/w_H; \quad a/b = 1/(1 + \delta) > w_L/w_H = 1/(1 + \gamma)$$

Ma questo può essere espresso in termini di premio di produttività e di premio salariale

$$(2.26) \quad 1/(1+\delta) > 1/(1+\gamma)$$

da cui

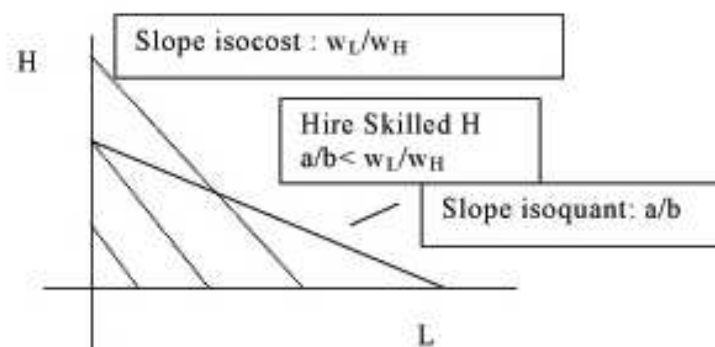
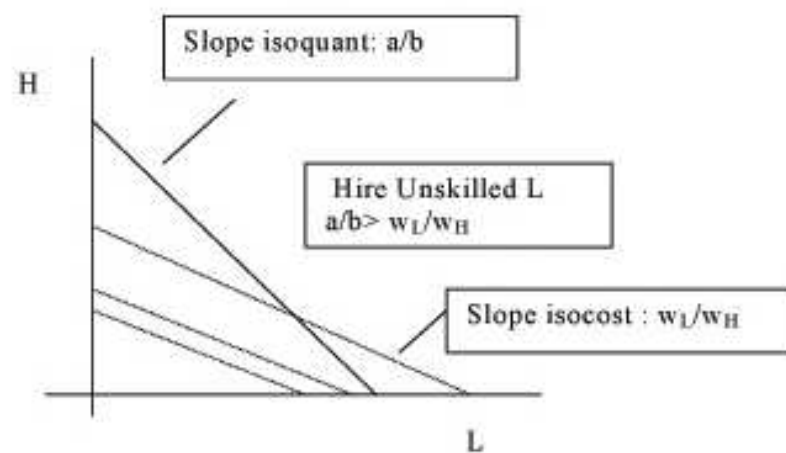
$$(2.27) \quad \gamma > \delta$$

che implica che i lavoratori non qualificati verranno assunti solo se il premio salariale dei qualificati è maggiore del loro premio di produttività

Analisi grafica

Graf.2.5

Il Rapporto di Competenze Ottimale con soluzione ad Angolo.



*Esempio con funzione di produzione
(produzione indipendente)*

$$(i) Y = (aL + bH)^z$$

$$(ii) F_L = azY^{z-1}$$

$$(iii) F_H = bzY^{z-1}$$

$$(iv) F_L / F_H = azY^{z-1} / bzY^{z-1} = a/b$$

con

$$(v) z = 1 \quad \text{si ha:}$$

$$(i.bis) Y = aL + bH$$

Gli effetti della compressione salariale

Cosa è la compressione salariale ?

Si tratta di un effetto di politiche egualitarie che tendono a rendere le retribuzioni dei lavoratori non qualificati non troppo dissimili da quelle dei lavoratori qualificati.

Si introduce un fattore di compressione che accresce le retribuzioni dei non qualificati e decresce quelle dei lavoratori qualificati.

$$(2.28) \hat{w}_L = (1 + \phi) w_L$$

$$(2.29) \hat{w}_H = (1 - \phi) w_H$$

Da cui

$$(2.30) \hat{w}_L / \hat{w}_H = [(1 + \phi) / (1 - \phi)] w_L / w_H$$

Applicando la condizione (2.25) per l'assunzione dei lavoratori non qualificati si ha che

$$(2.31) a/b > [(1 + \phi) / (1 - \phi)] w_L / w_H$$

Tab.2.1

Premi salariali alla produttività in diversi paesi

		Reddito atteso relativo della popolazione con redditi da lavoro per livello d'istruzione e sesso popolazione di 30-44 anni al di sotto del secondo ciclo=100			
		al di sotto del secondo ciclo	sopra il secondo ciclo	terzo ciclo	terzo ciclo/al di sotto del secondo ciclo γ
Francia	uomini	100	124.08	204.80	2.05
	donna	100	136.43	216.53	2.17
Germania	uomini	100	124.60	181.39	1.81
	donna	100	146.86	207.73	2.08
Italia	uomini	100	188.29	267.09	2.67
	donna	100	196.54	229.76	2.30
Regno Unito	uomini	100	162.81	250.20	2.50
	donna	100	140.88	264.02	2.64
Stat. Uniti	uomini	100	163.88	294.59	2.95
	donna	100	173.28	291.82	2.92

Compressione salariale in caso di produzione interdipendente (1)

$$(2.19) \beta H / \alpha L = w_L / w_H$$

$$(2.19.bis) (H / L)^* = (\alpha / \beta) (w_L / w_H)$$

Ricordando che il rapporto effettivo dei salari con compressione salariale è pari a

$$(2.30) \hat{w}_L / \hat{w}_H = [(1 + \phi) / (1 - \phi)] w_L / w_H$$

dalla (2.19.bis) si ha

$$(2.19.ter) (H / L)^* = (\alpha / \beta) \hat{w}_L / \hat{w}_H$$

$$(H / L)^* = (\alpha / \beta) [(1 + \phi) / (1 - \phi)] w_L / w_H$$

Compressione salariale in caso di produzione interdipendente (2)

$$(2.19) \beta H / \alpha L = w_L / w_H$$

$$(2.19.bis) (H / L)^* = (\alpha / \beta) (w_L / w_H)$$

Ricordando che con premio salariale e con compressione salariale si ha

$$(2.10) w_H = (1+\gamma) w_L$$

$$(2.29) \hat{w}_H = (1-\phi) w_H \rightarrow w_H = \hat{w}_H / (1-\phi)$$

$$(2.10.bis) \hat{w}_H = (1+\gamma) w_L \rightarrow \hat{w}_H = (1+\gamma) (1-\phi) w_L$$

dalla (2.19.bis) si ha

$$(2.19.ter) (H / L)^* = (\alpha / \beta) w_L / \hat{w}_H$$

$$(H / L)^* = (\alpha / \beta) w_L / [(1+\gamma) (1-\phi)] w_L$$

*Cosa cambia se l'impresa usa il capitale ed lavoro skill e unskill
sono comunque indipendenti ?*

Vale sempre la condizione che segue per assumere unskill o skill ?

(2.27) $\gamma > \delta$ per assunzione unskill; $\gamma < \delta$ per assunzione skill

Ipotesi: affitto di un macchinario che ha un costo pari a C_k

Definiamo il costo per unità di prodotto come:

$$(2.32) (w_L + C_k)/a$$

$$(2.33) (w_H + C_k)/b$$

La regola precedente per l'impiego di lavoro *skill*: costo unitario del lavoro *skill*
inferiore di quello del lavoro *unskill*

$$(2.34) (w_H + C_k)/b < (w_L + C_k)/a$$

Ricordando che

(2.10) $w_H = (1+\gamma) w_L$ e (2.23) $b = a (1+\delta)$, la (2.34) diviene

$$\begin{aligned}(2.35) \quad (w_H + C_k) / b &< (w_L + C_k) / a = (w_H + C_k) / b/a < (w_L + C_k) \\ &= ((1+\gamma) w_L + C_k) / (1+\delta) < (w_L + C_k) \\ &= (1+\gamma) w_L + C_k < w_L (1+\delta) + C_k (1+\delta) \\ &= \delta > \gamma [w_L / (w_L + C_k)] \text{ che è } > \gamma\end{aligned}$$

Così essendo la componente entro al parentesi quadra < 1 , risulta che la condizione per assumere **unskill** (skill) è **più** (meno) stringente della precedente **$\delta < \gamma$** ($\delta > \gamma$) in quanto incide ora il costo del capitale.

Ciò dipende dal fatto che il costo di capitale per unità di prodotto è diverso con lavoro skill e unskill essendo la produttività degli skill maggiore.

$$(2.36) \quad C_k / b < C_k / a \text{ essendo } b > a$$

Tab.2.2

Rapporto di competenze ottimale con lavoratori indipendenti e costo del capitale

Produzione e costi corrispondenti a diversi tipi di lavoro e capitale						
Tasso salariale		w_A	w_B	r		
		40	64	0,6		
		Produzione/Lavoratore	Costo lavoro	Costo capitale	Costi totali	Costo/Produzione
Macchina A	Bassa qualif.	4	40	6	46	11,50
	Alta qualif.	6	64	6	70	11,67
	Premio produttività	0,5				
Macchina B	Bassa qualif.	8	40	10	50	6,25
	Alta qualif.	12	64	10	74	6,17
	Premio produttività	0,5				