

Il problema della causalità. Stima degli effetti causali

Econometria

19/12/2012

Causalità e metodi di stima degli effetti causali

- Le motivazioni alla base dell'inferenza causale sono molteplici e cross-disciplinari:
- Medicina: un nuovo farmaco è veramente efficace?
- Economia del lavoro e dell'educazione: acquisire anni aggiuntivi di istruzione influenza il reddito?
- Economia del lavoro: programmi di formazione accrescono la probabilità di occupazione?

Causalità e metodi di stima degli effetti causali

- Si consideri una popolazione di unità statistiche
- Per ogni unità osserviamo due variabili: Y e D
- Osserviamo che Y e D sono correlate, ma ciò non implica causalità (causalità inversa e confounding factors possono condurci ad interpretazioni errate sull'esistenza e sul verso di causalità)

Causalità e metodi di stima degli effetti causali

- Formalizzando il problema della causalità possiamo definire D come la variabile *trattamento*
- $D_i = 1$ se l'unità i è stata esposta al trattamento;
- $D_i = 0$ se l'unità i non è stata esposta al trattamento

i identifica ciascuna unità della popolazione

Causalità e metodi di stima degli effetti causali

- $Y_i(D)$ indica l'outcome potenziale in accordo al trattamento ricevuto
- $Y(1)$ è l'outcome in caso di trattamento
- $Y(0)$ è l'outcome in caso di assenza di trattamento
- L'outcome per ogni unità può essere scritto come

$$Y_i(D) = D_i Y_i(1) + (1 - D_i) Y_i(0)$$

Causalità e metodi di stima degli effetti causali

- Per ogni unità i l'effetto causale del trattamento sull'outcome può essere definito come segue:

$D=1$ anziché $D=0$ genera l'effetto $\Delta_i = Y_i(1) - Y_i(0)$

A questo punto risulta interessante sotto il profilo dell'analisi (1) stabilire l'esistenza del legame di causalità e (2) misurare la dimensione dell'effetto generato dal trattamento

Causalità e metodi di stima degli effetti causali

- Problema fondamentale dell'inferenza causale
Holland (1986)

Non è possibile osservare lo stesso individuo i in diversi stati del mondo definiti dal trattamento $D=1$ e $D=0$, così come non è possibile osservare gli outcomes associati ai due diversi stati del mondo per lo stesso individuo, quindi non è possibile osservare l'effetto di D su Y per l'individuo i

Causalità e metodi di stima degli effetti causali

- In assenza di evidenza controfattuale non siamo in grado di valutare l'impatto del trattamento.
- Quali possono essere le soluzioni?
- A. Costruire esperimenti scientifici, sfruttando ipotesi di omogeneità e invarianza
- B. Adottare approcci quasi sperimentali (soluzione statistica) per identificare “effetti causali medi” per la popolazione di individui o per sottoinsiemi di interesse

Causalità e metodi di stima degli effetti causali

Soluzione statistica

- Poiché il metodo scientifico è spesso impossibile da utilizzare in economia ci si focalizza sulla soluzione statistica
- Usuale parametro di interesse

Effetto del trattamento sui trattati (ATT=Average Treatment effect on the Treated)

$$E\{\Delta_i | D_i = 1\} = E\{Y_i(1) - Y_i(0) | D_i = 1\} = E\{Y_i(1) | D_i = 1\} - E\{Y_i(0) | D_i = 1\}$$

Causalità e metodi di stima degli effetti causali

- Una semplice comparazione tra outcomes appartenenti a trattati e non trattati fornisce una informazione distorta sull'ATT

$$\begin{aligned} E\{Y_i|D_i = 1\} - E\{Y_i|D_i = 0\} &= E\{Y_i(1)|D_i = 1\} - E\{Y_i(0)|D_i = 0\} \\ &= E\{Y_i(1)|D_i = 1\} + E\{Y_i(0)|D_i = 1\} - E\{Y_i(0)|D_i = 1\} - E\{Y_i(0)|D_i = 0\} \\ &= ATT + E\{Y_i(0)|D_i = 1\} - E\{Y_i(0)|D_i = 0\} \end{aligned}$$

- La distorsione è data dal sample selection bias che è misurata dalla differenza tra i due valori attesi alla destra dell'uguale, ovvero la differenza tra l'outcome dei trattati e dei controlli nella situazione controfattuale di assenza del trattamento

Causalità e metodi di stima degli effetti causali

- Il problema della stima dell'effetto causale del trattamento è che l'outcome dei trattati e dei non trattati non è identico nella situazione di assenza del trattamento
- Due soluzioni:
- Randomised experiments
- IV, Regression discontinuity design, matching

Causalità e metodi di stima degli effetti causali

- Randomised experiments
- Attraverso randomised experiments ci si affida alla costruzione di campioni casuali di trattati e non trattati derivanti dalla stessa popolazione, cosicchè, dati due campioni casuali A (trattati) e B (controlli) si ha:

$$E\{Y_i(0)|i \in A\} = E\{Y_i(0)|i \in B\} = E\{Y_i(0)\}$$

$$E\{Y_i(1)|i \in A\} = E\{Y_i(1)|i \in B\} = E\{Y_i(1)\}$$

Causalità e metodi di stima degli effetti causali

- L'effetto del trattamento su un individuo casualmente estratto sarà dato da

$$E\{\Delta_i\} \equiv E\{Y_i(1)\} - E\{Y_i(0)\} = E\{Y_i(1)|i \in A\} - E\{Y_i(0)|i \in B\}$$

Risultando quindi calcolabile e risolvendo il problema fondamentale dell'inferenza causale: il campione casuale di controlli viene usato come elemento controfattuale rispetto ai trattati, ovvero i controlli in questo caso rappresentano in termini di outcome ciò che sarebbe accaduta ai trattati nel caso non avessero ricevuto il trattamento.

La randomizzazione risolve alla base il problema del sample selection bias

Causalità e metodi di stima degli effetti causali

- In economia è molto raro avere a disposizione dati randomizzati.
- Usualmente si ha a che fare con observational data per via ad esempio di problemi etici e difficoltà tecniche nell'implementazione di randomised experiments

Causalità e metodi di stima degli effetti causali

Metodi econometrici

Variabili strumentali (IV)

Regression discontinuity design (RDD)

(Propensity Score) Matching methods (PSM)

Causalità e metodi di stima degli effetti causali

(Propensity Score) Matching methods

- I metodi di matching offrono l'opportunità di stimare l'effetto del trattamento quando la randomizzazione non è possibile e quando non è possibile il ricorso a IV o a RDD
- Assunzione fondamentale su cui si basa il PSM: selection on observables (o unconfoundedness o conditional independence)

Causalità e metodi di stima degli effetti causali

- Tale assunzione implica che la selezione nel trattamento sia determinata da una serie di variabili tutte osservabili da parte del ricercatore e che...
- ...l'assegnazione al trattamento condizionata su queste variabili possa considerarsi casuale e la distorsione dovuta a bias di selezione viene corretta

$$Y_i(0), Y_i(1) \perp\!\!\!\perp D \mid X$$

Causalità e metodi di stima degli effetti causali

- Una ulteriore condizione è la overlap condition o common support che assicura che individui con gli stessi valori delle variabili X abbiano la stessa probabilità positiva di essere partecipanti e non partecipanti

$$0 < P(D = 1|X) < 1$$

Causalità e metodi di stima degli effetti causali

- L'ostacolo ora risulta essere l'assenza di informazioni sull'outcome controfattuale: per gli individui trattati non abbiamo l'outcome nel caso non fossero stati trattati; per gli individui non trattati non abbiamo l'outcome nel caso fossero stati trattati.
- In pratica siamo di fronte ad un problema di dati mancanti (missing values)

Causalità e metodi di stima degli effetti causali

- Se le assunzioni alla base della procedura di matching sono corrette è possibile individuare il controfattuale mancante: il gruppo delle osservazioni di controllo può essere pensato come l'immagine dei trattati nel caso in cui non avessero ricevuto il trattamento
- Spesso risulta difficile se non impossibile condizionare su un insieme di variabili X numeroso: il numero dei matching cresce esponenzialmente
- La soluzione a questo problema è data da Rosenbaum e Rubin (1983)

Causalità e metodi di stima degli effetti causali

- I due autori mostrano che se gli outcomes sono indipendenti dal trattamento condizionando sulla base delle variabili X , allora sono indipendenti dal trattamento condizionando su un balancing score $b(X)$
- Tale balancing score può essere il propensity score $P(X)$ dove

$$P(X) = P(D=1 | X)$$

Che è la probabilità per un individuo di partecipare al trattamento date le covariate X

Causalità e metodi di stima degli effetti causali

- La unconfoundedness condition diventa

$$Y_i(0), Y_i(1) \perp\!\!\!\perp D \mid P(X)$$

- Se tale condizione vale ed esiste common support tra trattati e controlli allora l'ATT è calcolabile attraverso la metodologia del Propensity Score Matching (PSM)

Causalità e metodi di stima degli effetti causali

$$ATT^{PSM} = E_{P(X)|D=1} \{E[Y(1)|D=1, P(X)] - E[Y(0)|D=0, P(X)]\}$$

- L'ATT così calcolato è la differenza media negli outcomes tra trattati e non trattati sul common support, pesati dal propensity score

Causalità e metodi di stima degli effetti causali

Applicazione del PSM

(1) Stima del propensity score

Quando il trattamento è binario (1 individuo sotto posto a trattamento; 0 individuo non sottoposto a trattamento) la scelta del modello per la stima del propensity score risulta semplice

Modelli probit o logit sono adeguati: la variabile trattamento risulta essere la variabile dipendente e le covariate X le variabili indipendenti

Causalità e metodi di stima degli effetti causali

- Più complessa è la scelta del modello quando il trattamento è multiplo: multinomial logit e multinomial probit si basano su assunzioni diverse, il primo su assunzioni più forti del secondo
- Oltre alla scelta del modello risulta critica anche la scelta delle covariate X da includere.
- Solo le variabili che influenzano contemporaneamente la scelta di partecipazione al trattamento e l'outcome dovrebbero essere incluse

Causalità e metodi di stima degli effetti causali

- Ne consegue che la teoria economica, passate evidenze empiriche e conoscenza accurata del contesto istituzionale dovrebbero guidare la scelta delle variabili.
- Tali variabili devono essere non influenzate dalla partecipazione al trattamento → le covariate devono essere fisse nel tempo o riferirsi ad un periodo precedente il trattamento (in quest'ultimo caso tali variabili devono anche essere indipendenti dalla previsione di partecipazione)

Causalità e metodi di stima degli effetti causali

(2) Scelta dell'algoritmo di matching

Nearest Neighbour (NN)

Come suggerisce la denominazione, accoppia a ciascun trattato il controllo che ha il *propensity score* più vicino a quello espresso dal trattato.

Come intuibile, può darsi il caso che vi siano molteplici *nearest neighbour* per lo stesso trattato (o lo stesso controllo per più trattati).

Causalità e metodi di stima degli effetti causali

- Tale fenomeno è tanto più raro quanto maggiori sono le variabili continue usate per determinare il *propensity score*, e quindi quanto più “continua” è la distribuzione di quest’ultimo.
- NN può essere con replacement o senza replacement: con replacement significa che un individuo non trattato può essere usato più di una volta come match di più individui trattati (si riduce il bias, ma aumenta la varianza)

Causalità e metodi di stima degli effetti causali

Radius e caliper matcing

Rappresenta una sorta di evoluzione del *nearest neighbour*, in quanto ogni trattato è accoppiato con i controlli che cadono in un'intorno del *propensity score* espresso dal trattato predefinito. Quanto più piccolo è l'intorno tanto migliore sarà la qualità dell'accoppiamento.

Causalità e metodi di stima degli effetti causali

Stratification matching

Consente di calcolare l'ATT come media ponderata degli effetti del trattamento per ogni specifico blocco in cui è stato suddiviso il *propensity score* e per cui la *balancing property* è soddisfatta.

Causalità e metodi di stima degli effetti causali

Kernel matching (KM)

Stimatore non parametrico, l'ATT è ottenuto calcolando la differenza tra gli esiti delle variabili di interesse di ogni unità trattata con la media ponderata (*kernel wighted*) degli *outcome* espressi dai controlli. L'outcome controfattuale è costruito utilizzando "tutti" gli individui nel gruppo di controllo, mentre per gli algoritmi precedenti solo pochi individui sono utilizzati. Come conseguenza nel KM possono essere usati anche individui che sono cattivi matches → l'imposizione del common support diventa di maggiore importanza

Causalità e metodi di stima degli effetti causali

Table 1. Trade-offs in Terms of Bias and Efficiency.

Decision	Bias	Variance
Nearest neighbour matching: multiple neighbours/single neighbour with caliper/without caliper	(+)/(−) (−)/(+)	(−)/(+) (+)/(−)
Use of control individuals: with replacement/without replacement	(−)/(+)	(+)/(−)
Choosing method: NN matching/Radius matching KM or LLM/NN methods	(−)/(+) (+)/(−)	(+)/(−) (−)/(+)
Bandwidth choice with KM: small/large	(−)/(+)	(+)/(−)
Polynomial order with LPM: small/large	(+)/(−)	(−)/(+)

KM, kernel matching, LLM; local linear matching; LPM, local polynomial matching NN, nearest neighbour; increase; (+); decrease (−).

Causalità e metodi di stima degli effetti causali

- Quale algoritmo scegliere?

Asintoticamente tutti gli algoritmi danno lo stesso risultato

In piccoli campioni, al contrario, la scelta dell'algoritmo è importante, per via del trade off tra bias e varianza

Utilizzare diversi algoritmi risulta la scelta migliore
→ si verifica la consistenza del risultato e si decide su come agire a seconda che gli algoritmi diano risultati simili o diversi

Causalità e metodi di stima degli effetti causali

(3) Common Support

L'ATT è identificato esclusivamente nella regione di common support (overlapping condition)

Solo il sottoinsieme di controlli che sono comparabili con i trattati deve essere usato nell'analisi

Se così non fosse si otterrebbero stime distorte dell'effetto del trattamento

Causalità e metodi di stima degli effetti causali

- Per verificare l'esistenza del supporto comune è usualmente sufficiente una ispezione visiva alla distribuzione di densità del propensity score per il gruppo dei trattati e dei controlli
- Esistono anche metodi specifici per guidare il ricercatore nella determinazione più precisa del supporto comune
- In via generale è comunque sufficiente che vi siano dei controlli comparabili con i trattati per ottenere l'ATT

Causalità e metodi di stima degli effetti causali

- Una volta determinato il common support, gli individui che si trovano al di fuori del common support devono essere esclusi dall'analisi
- Se sono pochi non emergono problemi sostanziali, ma se sono molti, l'analisi su quelli rimanenti può non essere più rappresentativa

Causalità e metodi di stima degli effetti causali

(4) La qualità del matching

Vi sono diversi modi per verificare la qualità del matching, ma l'idea fondamentale alla base di tutti è di comparare la situazione prima e dopo il matching al fine di verificare se sono rimaste differenze nella distribuzione delle variabili rilevanti X tra trattati e controlli dopo aver condizionato sulla base del propensity score

Se esistono ancora differenze allora il propensity score dovrebbe essere ricalcolato, ad esempio aggiungendo termini di interazione, oppure esiste una fondamentale impossibilità di comparazione tra trattati e controlli

Causalità e metodi di stima degli effetti causali

- Da punto di vista formale possiamo dire che (Rosenbaum e Rubin, 1983)

$$X \perp\!\!\!\perp D \mid P(D = 1|X)$$

Ovvero dopo aver condizionato sulla base di

$$P(D = 1|X)$$

Non deve più esserci dipendenza dalle X ,
condizionare sulle X non dovrebbe aggiungere
informazione aggiuntiva sulla decisione di
trattamento

Metodi per verifica: es t-test sulla media delle X tra
controlli e trattati; stratification t-test....

Causalità e metodi di stima degli effetti causali

(5) Stima della varianza

Testare la significatività statistica dell'effetto del trattamento non è semplice poiché la stima della varianza deve includere anche la varianza dovuta alla stima del p-score, l'imposizione del common support e l'ordine in cui gli individui sono accoppiati nel caso del NN algorithm senza replacement.

Causalità e metodi di stima degli effetti causali

- Poiché dal punto di vista computazionale risulta difficile stimare le componenti della varianza si implementano diversi artifici
- Es. Bootstrapping

Metodo diffuso per stimare gli standard errors nel caso in cui le stime analitiche siano distorte o non disponibili

Vengono condotte R estrazioni di campioni e per ciascuno di essi si stima p-score e ATT

La distribuzione delle medie ottenute attraverso le R estrazioni approssima la distribuzione del campione

Causalità e metodi di stima degli effetti causali

(6) Sensitivity analysis

Topic importante nella letteratura recente

Es. Testare la robustezza della stima nei confronti di un potenziale “hidden bias”

Quest’ultimo emerge quando esiste almeno una variabile non osservabile da parte del ricercatore che influenza la decisione di partecipazione (assignment into treatment) e l’outcome simultaneamente

Soluzioni proposte: Becker e Caliendo (2007); Ichino et al. (2006)