

Esercizi al Paragrafo 6.2

Concetti di base

- 6.1 Data una variabile casuale normale standard (con valore medio pari a 0 e uno scarto quadratico medio pari a 1, come nella Tavola E.2), qual è la probabilità che:
- Z sia minore di 1.57?
 - Z sia maggiore di 1.84?
 - Z sia compresa fra 1.57 e 1.84?
 - Z sia minore di 1.57 o maggiore di 1.84?
- 6.2 Data una variabile casuale normale standard (con valore medio pari a 0 e uno scarto quadratico medio pari a 1, come nella Tavola E.2):
- Qual è la probabilità che Z sia compresa fra -1.57 e 1.84?
 - Qual è la probabilità che Z sia minore di -1.57 o maggiore di 1.84?
 - Qual è quel valore Z per cui solo il 2.5% di tutti i possibili valori è maggiore di esso?
 - Quali sono i valori di Z , estremi di un intervallo centrato rispetto al valore medio, che contiene il 68.26% di tutti i possibili valori di Z ?
- 6.3 Data una variabile casuale normale standard (con valore medio pari a 0 e uno scarto quadratico medio pari a 1, come nella Tavola E.2), qual è la probabilità che:
- Z sia minore di 1.08?
 - Z sia maggiore di -0.21?
 - Z sia minore di -0.21 o maggiore del valore medio?
 - Z sia minore di -0.21 o maggiore di 1.08?
- 6.4 Data una variabile casuale normale standard (con valore medio pari a 0 e uno scarto quadratico medio pari a 1, come nella Tavola E.2), si calcolino le probabilità a, b, c:
- $P(Z > 1.08)$
 - $P(Z < -0.21)$
 - $P(-1.96 < Z < -0.21)$
- d. Inoltre, qual è il valore Z per cui solo il 15.87% di tutti i possibili valori è maggiore di esso?
- 6.5 Data una variabile casuale normale con $\mu = 100$ e $\sigma = 10$, qual è la probabilità che:
- $X > 75$
 - $X < 70$
 - $X < 80$ oppure $X > 110$
- Inoltre:
- d. Quali sono i due valori di X , estremi di un intervallo centrato rispetto al valore medio, che contiene l'80% di tutti i possibili valori?
- 6.6 Data una variabile casuale normale con $\mu = 50$ e $\sigma = 4$, qual è la probabilità che:
- $X > 43$
 - $X < 42$

Inoltre:

- Qual è il valore X per cui il 5% dei possibili valori è minore di esso?
- Quali sono i due valori di X , estremi di un intervallo centrato rispetto al valore medio, che contiene il 60% di tutti i possibili valori?

Applicazioni

- 6.7 Negli ultimi anni, circa due terzi delle famiglie americane ha acquistato caffè macinato. Si consideri la spesa annuale per caffè macinato fra quanti lo acquistano e, assumendo che tale spesa si distribuisca approssimativamente come una variabile casuale normale con valore medio pari a \$45.16 e uno scarto quadratico medio di \$10.00, si trovi:
- la probabilità che una famiglia presa a caso spenda meno di \$25.00;
 - la probabilità che una famiglia spenda più di \$50.00;
 - qual è la quota di famiglie che spendono tra i \$30.00 e i \$40.00;
 - qual è il valore per cui il 99% delle famiglie spende meno.
- 6.8 L'importo dei canoni di locazione degli alloggi assegnati in un quartiere periferico di una grande città del Sud d'Italia si distribuisce normalmente con valore medio pari a 75 euro e uno scarto quadratico medio di 18.60 euro. Scegliendo una famiglia a caso:
- Qual è la probabilità che paghi un affitto compreso tra 40 e 75 euro?
 - Qual è la probabilità che paghi un affitto tra 50 e 100 euro?
 - Qual è la probabilità che paghi un affitto superiore a 100 euro?
 - Qual è il valore per cui l'80% delle famiglie spende meno?
- 6.9 La resistenza di una busta di plastica per imballaggi, valutata in termini di peso che può sopportare per centimetro quadrato, ha un valore medio pari a 5 kg/cm² con uno scarto quadratico medio pari a 1.5 kg/cm². Qual è la proporzione di buste che hanno una resistenza
- inferiore a 3.11 kg/cm²?
 - di almeno 3.8 kg/cm²?
 - tra 5 e 5.5 kg/cm²?
 - Quali sono i due valori della resistenza, estremi di un intervallo centrato rispetto al valore medio, che contengono il 95% di tutti i possibili valori?
- 6.10 In un college americano, le votazioni finali, espresse in centesimi, all'esame di Statistica di base si distribuiscono normalmente con un valore medio pari a 73 e uno scarto quadratico medio pari a 8.

- a. Qual è la probabilità che uno studente ottenga all'esame una votazione inferiore a 91?
- b. Qual è la probabilità che uno studente ottenga all'esame una votazione compresa tra 65 e 89?
- c. Qual è quella votazione tale per cui solo il 5% degli studenti consegue una votazione maggiore?
- d. Se il professore assegna una A (il massimo punteggio) a quegli studenti che rientrano nel 10% dei punteggi più alti, indipendentemente dalla votazione effettiva, ci si classificherà meglio conseguendo un punteggio di 81 in questo esame o conseguendo un punteggio pari a 68 in un esame la cui votazione media è 62 con uno scarto quadratico medio pari a 3? Si illustrino le motivazioni statistiche della risposta.

6.11 Dall'analisi statistica di 1000 telefonate internazionali fatte dagli uffici centrali di una grande società è emerso che la loro durata si distribuisce normalmente con $\mu = 240$ secondi e $\sigma = 40$ secondi.

- a. Qual è la probabilità che una chiamata duri meno di 180 secondi?
- b. Qual è la probabilità che una chiamata duri tra 180 secondi e 300 secondi?
- c. E qual è la probabilità che una chiamata duri tra 110 secondi e 180 secondi?
- d. Qual è la durata di una telefonata per cui solo l'1% delle chiamate dura di meno?

6.12 Secondo la Società Americana per la Qualità, un certificatore di qualità è un professionista che cono-

sce i principi della valutazione e del controllo della qualità dei prodotti e dei servizi. In un'indagine del 2007 il salario medio di 1190 certificatori è risultato pari a \$71.093 con uno scarto quadratico medio di \$17.871 (H. Lindborg, *Navigate Your Career Path with QP's Annual Salary Survey, Quality Process*, dicembre 2007, pp. 21-50). Assumendo che i salari dei certificatori siano distribuiti approssimativamente in modo normale, qual è la probabilità che un certificatore abbia un salario:

- a. inferiore a \$50.000?
- b. superiore a \$75.000?
- c. superiore a \$100.000?

6.13 Si consideri un processo produttivo in cui si deve montare un bullone in un certo alloggiamento. Affinché il bullone combaci con l'alloggiamento, deve avere un diametro di 22.000 mm, anche se sono accettabili bulloni con un diametro compreso tra 21.900 mm e 22.010 mm. Si supponga che la macchina produca bulloni i cui diametri seguono una distribuzione normale con $\mu = 22.002$ mm e $\sigma = 0.005$ mm. In questo processo produttivo:

- a. Qual è la percentuale di bulloni con un diametro compreso tra 21.90 mm e 22.00 mm?
- b. Qual è la probabilità che il bullone sia accettabile?
- c. Qual è il valore del diametro per cui solo 2% dei bulloni risulta più grande?
- d. Quali sarebbero le risposte alle domande precedenti se lo scarto quadratico medio fosse 0.004 mm?

6.3 Valutare la normalità dei dati

Come abbiamo detto nel Paragrafo 6.2, molte variabili continue, anche in contesti disciplinari diversi, seguono la distribuzione normale. In questo paragrafo vengono presentati due approcci diversi per verificare se un insieme di dati può essere approssimato con una distribuzione normale:

1. confrontare le caratteristiche dei dati con le caratteristiche teoriche della distribuzione normale;
2. costruire il *normal probability plot*.

6.3.1 Confrontare le caratteristiche dei dati con le caratteristiche teoriche della distribuzione normale

La variabile casuale normale ha una serie di caratteristiche teoriche che possono essere così riassunte:

- è simmetrica, per cui il valore medio è uguale al valore mediano;
- ha una forma a campana;
- il campo di variazione interquartile è pari a 1.33 volte lo scarto quadratico medio;
- il campo di variazione è approssimativamente uguale a 6 volte lo scarto quadratico medio.