

# 1.2 Concetti base dell'Informatica: Informazione

## Insegnamento di Informatica

Elisabetta Ronchieri

Corso di Laurea di Economia, Università di Ferrara

I semestre, anno 2014-2015



# Argomenti

## Notazioni

Interi con segno meno

Rappresentazione in modulo e segno

Rappresentazione in complemento alla base

Sintesi per numeri interi



# Argomenti

## Notazioni

Interi con segno meno

Rappresentazione in modulo e segno

Rappresentazione in complemento alla base

Sintesi per numeri interi



# Rappresentazione di interi negativi: caratteristiche

► Sono di due tipi:

1. in **modulo e segno**:

- é la piú semplice e intuitiva;
- é inefficiente e complessa nella gestione delle operazioni;
- ha una corrispondenza diretta con la rappresentazione dei numeri;
- permette di effettuare prodotti in modo piú semplice;
- non é molto usata in pratica.

2. in **complemento alla base**:

- meno intuitiva;
- rende semplice la gestione delle operazioni;
- permette di effettuare somme e sottrazioni in modo piú semplice;
- largamente usata.



# Rappresentazione in modulo e segno

- ▶ Rappresenta il numero negativo in modulo e segno.
- ▶ Antepone al modulo di un numero un simbolo che denota se esso é positivo o negativo.
- ▶ Con  $n$  cifre, usa la prima cifra piú significativa (MSD) per esprimere il segno.
- ▶ Usa le restanti  $n - 1$  cifre per rappresentare il modulo o valore assoluto.
- ▶ Gestisce in modo completamente separato il segno dal modulo.



# Rappresentazione in modulo e segno

- ▶ Con  $n$  cifre a disposizione, l'intervallo dei numeri rappresentabili é  $[-(b^{n-1} - 1), b^{n-1} - 1]$ .
- ▶ Con  $n$  cifre a disposizione, l'intervallo dei numeri positivi rappresentabili é  $[0, b^{n-1} - 1]$ .
- ▶ Se  $b=2$  e  $n=16$ , l'intervallo é  $[-(2^{15} - 1), 2^{15} - 1]$ .
- ▶ In base 2 é convenzione esprimere la cifra del segno con
  - ▶ 0 se il numero é positivo;
  - ▶ 1 se il numero é negativo.



## Esempi di conversione di base

Problema: convertire  $(-15)_{10}$  in base 2.

- ▶ Modulo:  $|15| = 15 = (1111)_2$ ;
- ▶ Segno negativo: 1;
- ▶ Conversione da base 10 a base 2:  $-15 = (11111)_2$ .
- ▶ Fissato la cifra del segno, le altre si ottengono usando il metodo delle divisioni successive per la base 2.

Problema: convertire  $(10000101)_2$  in base 10.

- ▶ Modulo:  $(0000101)_2 = (5)_{10}$ ;
- ▶ Segno negativo: 1;
- ▶ Conversione da base 2 a base 10:  $(10000101)_2 = -5$ .



# Esercizi sulla conversione di base in modulo e segno

Effettuare la verifica di uguaglianza:

con 8 cifre:

- ▶  $(01101001)_2 = (+105)_{10}$
- ▶  $(11101001)_2 = (-105)_{10}$
- ▶  $(01001001)_2 = (+73)_{10}$
- ▶  $(11001001)_2 = (-73)_{10}$

con 4 cifre:

- ▶  $(1101)_2 = (-5)_{10}$
- ▶  $(0101)_2 = (+5)_{10}$
- ▶  $(0111)_2 = (+7)_{10}$



# Rappresentazione in modulo e segno: svantaggi

- ▶ Ripete lo zero 2 volte:
  - ▶ su 8 cifre in base 2,  $-0 = 10000000$ ;
  - ▶ su 8 cifre in base 2,  $+0 = 00000000$ .
- ▶ Non permette di usare gli algoritmi noti per le operazioni aritmetiche.

Non é vero che  $X + (-X) = 0$ . Infatti:

- ▶  $+5 + (-5) = 0$
  - ▶  $00000101 + 10000101 = 10001010 = (-10)_{10}$
- ▶ Richiede circuiti aritmetici piú complicati, quindi un minor utilizzo.



## Operazioni in modulo e segno

Dati i numeri  $(0010)_2 = +2$  e  $(0011)_2 = +3$ , calcolare la somma.

- ▶ I numeri sono positivi, si applicano le regole dell'addizione alle prime tre cifre ottenendo  $(101)_2 = +5$

Dati i numeri  $(1001)_2 = -1$  e  $(1110)_2 = -6$ , calcolare la somma.

- ▶ I numeri sono negativi, si applicano le regole dell'addizione alle prime tre cifre ottenendo  $(1111)_2 = -7$

Dati i numeri  $(0010)_2 = +2$  e  $(1110)_2 = -6$ , calcolare la sottrazione.

- ▶ I numeri sono di segno diverso, si applicano le regole della sottrazione alle prime tre cifre ottenendo  $(1100)_2 = -4$



# Rappresentazione in complemento alla base

- ▶ É anche detta complemento a 2 o complemento in base 2.
- ▶ Se MSB é 0, lascia il numero positivo invariato.
- ▶ Se MSB é 1, segue la **procedura di complementazione**:
  - ▶ si scambia ogni 0 con un 1 e viceversa (ossia si sostituisce ad ogni 0 la cifra 1, e si sostituisce ad ogni 1 la cifra 0);
  - ▶ si somma il numero 1 al risultato.
- ▶ I numeri positivi sono rappresentati in modulo e segno.
- ▶ I numeri negativi sono rappresentati in complemento a due.
- ▶ Lo 0 ha una sola rappresentazione, quindi maggiore semplicitá.



## Rappresentazione in complemento alla base

- ▶ Con  $n$  cifre a disposizione, l'intervallo dei numeri rappresentabili é  $[-2^{n-1}, 2^{n-1} - 1]$ .

Se  $b=2$  e  $n=16$ , l'intervallo rappresentato é  $[-2^{15}, 2^{15} - 1]$

- ▶ Con  $n$  cifre a disposizione, il numero piú piccolo rappresentabile é  $-2^{n-1}$ .
- ▶ Con  $n$  cifre a disposizione, il numero piú grande rappresentabile é  $-2^{n-1} - 1$ .
- ▶ L'intervallo dei valori rispetto alla codifica in modulo e segno é piú grande comprendendo il valore  $-2^{n-1}$ .
- ▶ La conversione in base 10 segue la formula:  
$$v = -c_{n-1}2^{n-1} + \sum_{k=0}^{k=n-2} c_k 2^k$$



# Esempio di conversione di base

Convertire il numero  $(11110001)_2$  in base 10.

- ▶ le cifre  $n$ : 8;
- ▶ il 7 bit: vale -128;
- ▶ dalla formula nella slide 11:  
$$11110001 = -128 + 64 + 32 + 16 + 1 = -15.$$



## Esempi di conversione di base

<i>Numero</i>	<i>v</i>
11110001	$-128 + 64 + 32 + 16 + 1 = -15$
01110001	$64 + 32 + 16 + 1 = 113$
10000000	$-128 + 0 = -128$
11111111	$-128 + 64 + 32 + 16 + 8 + 4 + 2 + 1 = -1$
00000000	0
01111111	$64 + 32 + 16 + 8 + 4 + 2 + 1 = 127$
00000101	$4 + 1 = 5$



# Esercizi di conversione di base

Verificare le seguenti affermazioni:

- ▶ Valori opposti come 15 e -15 hanno rappresentazioni diverse.
- ▶ Rappresentazioni identiche a meno di MSB danno valori diversi.



## Rappresentazione in complemento alla base

- ▶ Utilizza direttamente gli algoritmi dei numeri naturali per le operazioni.

É vera  $X + (-X) = 0$ .

- ▶ Il numero negativo sommato ad un numero positivo fornisce la differenza:

$X - Y = X + (-Y \text{ in complemento a due});$

- ▶ Non é completamente posizionale come da formula nella slide 11.



## Operazioni in complemento a due

Dati due numeri -5 e 3, calcolare la somma.

- ▶ Rappresentare -5 in base 2 su 8 cifre:  $-128 + 123 = (11111011)_2$ ;

- ▶ Rappresentare +3 in base 2 su 8 cifre;

$$\begin{array}{r} -5 + \quad \quad \quad 11111011 + \\ +3 = \quad \quad \quad 00000011 = \\ \hline -2 \quad \quad \quad 11111110 \end{array}$$

- ▶ Calcolare l'operazione di somma;
- ▶ Riconvertire il numero  $(11111110)_2$  in base 10:  $(11111110)_2 = -128 + 126 = -2$ .



# Operazioni in complemento a due

Dati due numeri -1 e -5, calcolare la somma.

- ▶ Rappresentare -1 in base 2 su 8 cifre:  $-128 + 127 = (11111111)_2$ ;
- ▶ Rappresentare -5 in base 2 su 8 cifre:  $-128 + 123 = (11111011)_2$ ;
- ▶ Calcolare l'operazione di somma;
- ▶ Riconvertire il numero  $(111111010)_2$  in base 10:  
 $(111111110)_2 = -128 + 122 = -6$ .
- ▶ Si osserva la presenza del riporto.



# Sintesi per numeri interi

Notifica	Range di valori
Posizionale	$[0, 2^n - 1]$
Modulo e segno	$[-(2^{n-1} - 1), 2^{n-1} - 1]$
Complemento a 2	$[-2^{n-1}, 2^{n-1} - 1]$

