Università degli Studi di Ferrara
Corso di Economia Pubblica

ESERCITAZIONE – MISURE DELLA REDISTRIBUZIONE DEI REDDITI
Testo e soluzioni

Esercizio 1

La comunità Acquaviva è composta da 8 cittadini e, per l'anno di imposta 2017, sono state fatte pervenire le seguenti dichiarazioni dei redditi:

Contribuente	**Reddito complessivo**
A	12.000
B	60.000
C	200.000
D	4.000
E	16.000
F	2.000
G	18.000
H	20.000

Il governo della comunità di Acquaviva decide di applicare le seguenti aliquote per classi di reddito (no scaglioni), per l'anno di imposta 2017:

Fasce di reddito	Aliquote
0 – 40.000	10%
40.001 – 100.000	20%
Oltre 100.000	40%

1) Si dimostri che, attraverso i quartili della distribuzione dei redditi, l'imposta ha avuto effetti re-distributivi sui redditi dei cittadini della Comunità di Acquaviva per l'anno 2017.

SOLUZIONI

Esercizio 1
Per l'analisi della distribuzione dei redditi si utilizzano i quartili, quindi la prima cosa da fare è ordinare in modo crescente in base al reddito i 8 contribuenti della Comunità di Acquaviva.

n. ORDINE Individuo	Contribuente	Reddito complessivo
1	F	2.000
2	D	4.000
3	A	12.000
4	E	16.000
5	G	18.000
6	H	20.000
7	B	60.000
8	C	200.000
TOTALE		**332.000**

Dopo aver diviso la popolazione in quattro gruppi di ugual numerosità (n = 8/4 = 2), si calcolano i redditi posseduti dai diversi gruppi/quartili (1) e successivamente la relativa quota di reddito posseduto da ogni singolo quartile (2).Ad esempio i redditi del primo quartile sono pari alla somma dei redditi complessivi dell'individuo 1 e 2: 2.000+4.000 = 6.000. La percentuale di reddito detenuto da questo gruppo è pari al rapporto tra reddito del quartile e totale dei redditi: (6.000/332.000)*100 = 1,81%.

n. ORDINE Individuo	Reddito complessivo	Quartile	Reddito gruppo pre imposta (1)	% reddito gruppo pre imposta (2)
1	2.000	I	6,000	1,81%
2	4.000			
3	12.000	II	28,000	8,43%
4	16.000			
5	18.000	III	38,000	11,45%
6	20.000			
7	60.000	IV	260,000	78,31%
8	200.000			
TOTALE	**332.000**		**332.000**	**100%**

Si applicano le diverse aliquote ai redditi complessivi dei singoli contribuenti, in base alla diverse fasce di reddito, trovando così i debiti di imposta dei singoli individui. Successivamente si calcolano i redditi al netto del pagamento dell'imposta posseduti dai diversi gruppi (3) e la relativa quota di reddito (sempre al netto dell'imposta) posseduto da ogni singolo gruppo (4).

Ad esempio l'imposta dovuta dall'individuo 1 che ha un reddito complessivo di 2.000 è pari a 0,1*2.000 = 200, mentre per l'individuo 2 (reddito 4.000) è pari a 0,1*4.000 = 400. Per entrambi allora possiamo trovare il reddito disponibile (quello al netto dell'imposta): per l'individuo 1 è 2.000-200 = 1.800 mentre per l'individuo 2 è pari a 4.000-400=3.600. I redditi POST imposta del primo quartile sono pari alla somma dei redditi disponibili: 1.800+3.600 = 5.400. La percentuale di reddito detenuto da questo gruppo è pari al rapporto tra reddito disponibile del quartile e totale dei redditi disponibili: (5.400/232.800)*100 = 2,32%.

n.	Reddito complessivo	Aliquota imposta	Debito d'imposta	Reddito al netto imposta	Quartile	Reddito gruppo post imposta (3)	% reddito gruppo post imposta (4)
1	2.000	0,1	200	1,800	I	5.400	2,32%
2	4.000	0,1	400	3,600			
3	12.000	0,1	1.200	10,800	II	25.200	10,82%
4	16.000	0,1	1.600	14,400			
5	18.000	0,1	1.800	16,200	III	34.200	14,69%
6	20.000	0,1	2.000	18,000			
7	60.000	0,2	12.000	48,000	IV	168.000	72,16%
8	200.000	0,4	80.000	120,000			
	332.000		**99.200**	**232,800**		**232.800**	**100%**

Confrontando la concentrazione dei redditi (utilizzando i quartili) prima e dopo l'imposta si nota come la percentuale di reddito in possesso della classe a più alto reddito è diminuita (di circa sei punti percentuali) a favore delle classi a reddito più basso.

Quartile	% reddito quantili pre imposta(2)	% reddito quantili post imposta (4)	Variazione (%)
I	1,81%	2,32%	+0,51%
II	8,43%	10,82%	+2,39%
III	11,45%	14,69%	+3,24%
IV	78,31%	72,16%	-6,15%

Per meglio comprendere la diversa redistribuzione dei redditi dopo l'introduzione dell'imposta si possono utilizzare anche altre misure utilizzando sempre i quartili della distribuzione del reddito.

Ad esempio si può confrontare il rapporto tra il reddito medio percepito dalla popolazione con reddito più elevato (quarto quartile) con il reddito medio della popolazione con reddito più basso (primo quartile), questo metodo viene anche utilizzato dalla Commissione Europea.

Prima dell'imposta il reddito medio del quarto quartile è pari a (60.000+200.000)/2 = 130.000 euro; mentre per il primo quartile è pari a (2.000+4.000)/2 = 3.000 euro.

Il rapporto tra reddito medio dell'ultimo quartile con quello del primo è pari a 130.000/3.000 = 43,33, cioè in media i contribuenti più ricchi hanno redditi 43 volte superiori quelli dei più poveri.

Dopo l'imposta il reddito medio del quarto quartile è pari a (48.000+120.000)/2 = 84.000 euro; mentre per il primo quartile è pari a (1.800+3.600)/2 = 2.700 euro.

Il rapporto tra reddito medio dell'ultimo quartile con quello del primo dopo le imposte pari è a 84.000/2.700 = 31,11, cioè in media i contribuenti più ricchi dopo l'imposta hanno redditi 31 volte superiori quelli dei più poveri.

Si osserva quindi che a seguito dell'introduzione dell'imposta, il rapporto tra il reddito medio degli individui del quarto quartile con il reddito medio del primo quartile risulta essere diminuito.

Per l'analisi della disparità nella distribuzione dei redditi possiamo avvalerci anche di uno strumento grafico, la Curva di Lorenz. La Curva di Lorenz mette in relazione ciascuna quota cumulata della popolazione (asse x) con la corrispondente quota cumulata del reddito totale posseduta da queste persone (asse y).

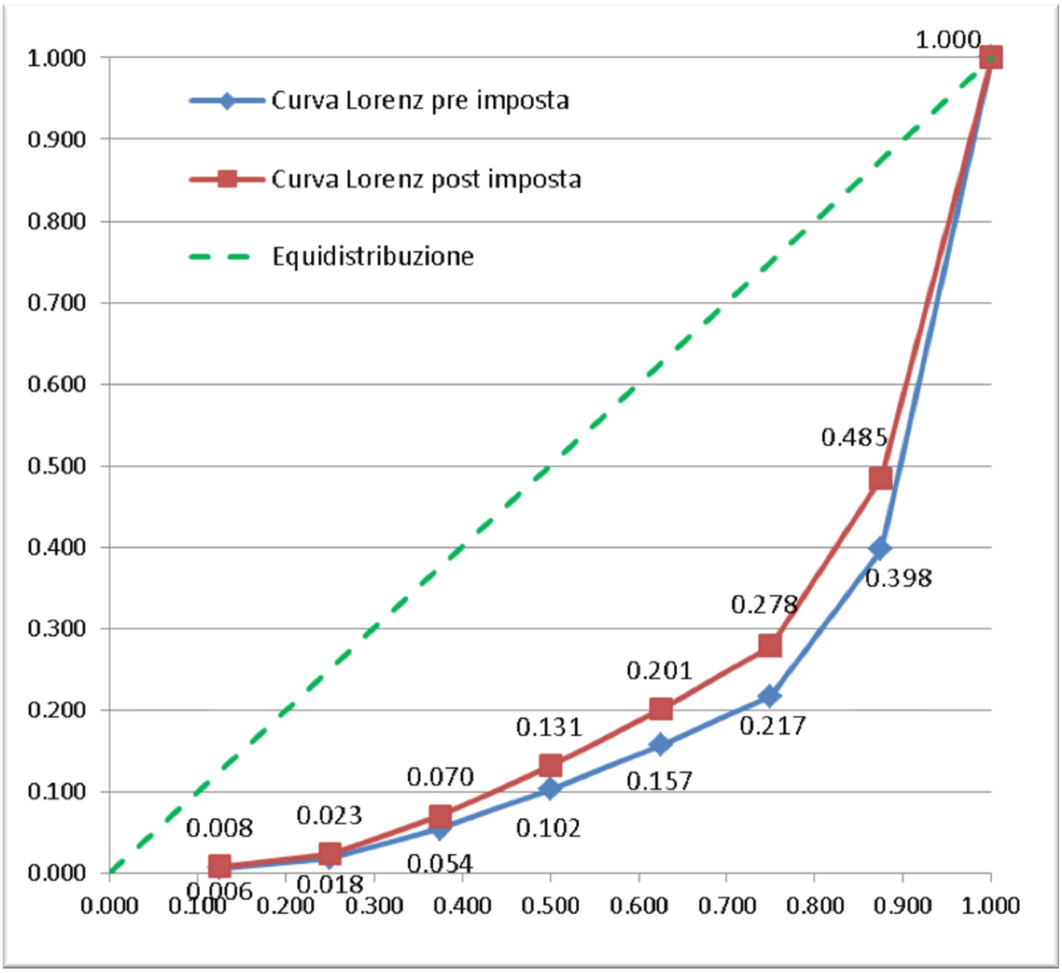
Quindi per costruire la Curva di Lorenz prima dell'imposta si calcolano per i singoli contribuenti: la popolazione cumulata (5), il reddito cumulato (6), la quota della popolazione cumulata (7) e la quota di reddito cumulato (8).

n.	**Reddito pre imposta**	**Popolazione cumulata (5)**	**Reddito cumulato pre imposta (6)**	**Quota popolazione cumulata (7) [x_1]**	**Quota reddito cumulato pre imposta (8) [y_1]**
1	2.000	1	2.000	0,125	0,006
2	4.000	2	6.000	0,250	0,018
3	12.000	3	18.000	0,375	0,054
4	16.000	4	34.000	0,500	0,102
5	18.000	5	52.000	0,625	0,157
6	20.000	6	72.000	0,750	0,217
7	60.000	7	132.000	0,875	0,398
8	200.000	8	332.000	1,000	1,000
	332.000				

Quindi per costruire la Curva di Lorenz dopo l'imposta si calcolano per i singoli contribuenti: il reddito cumulato post imposta (9) e la quota di reddito cumulato post imposta (10). La quota di popolazione cumulata (7) non varia dopo l'introduzione dell'imposta.

n.	**Reddito pre imposta**	**Reddito cumulato post imposta (9)**	**Quota popolazione cumulata (7) [x_2]**	**Quota reddito cumulato post imposta (10) [y_2]**
1	1.800	1.800	0,125	0,008
2	3.600	5.400	0,250	0,023
3	10.800	16.200	0,375	0,070
4	14.400	30.600	0,500	0,131
5	16.200	46.800	0,625	0,201
6	18.000	64.800	0,750	0,278
7	48.000	112.800	0,875	0,485
8	120.000	232.800	1,000	1,000
	232.800			

La Curva di Lorenz pre imposta si costruisce utilizzando la quota cumulata della popolazione [x_1] e la quota di reddito cumulato pre imposta [y_1], mentre la Curva di Lorenz post imposta si costruisce utilizzando la quota cumulata della popolazione [x_2] e la quota di reddito cumulato post imposta [y_2]. Nello stesso grafico riportiamo anche la bisettrice del primo quadrante che rappresenta il caso di equidistribuzione dei redditi.



Essendo che la Curva di Lorenz dopo l'imposta si avvicina alla bisettrice (quindi alla situazione di equidistribuzione), si dimostra che è avvenuta la redistribuzione dei redditi dopo l'applicazione dell'imposta e che questa nuova distribuzione risulta più egualitaria.

Infine si può utilizzare una misura più completa e precisa che è l'INDICE DI REYNOLDS-SMOLENSKY. Questo indicatore della redistribuzione è pari a alla differenza tra l'indice di Gini prima dell'imposta (G_pre) e l'indice dopo l'imposta (G_post).

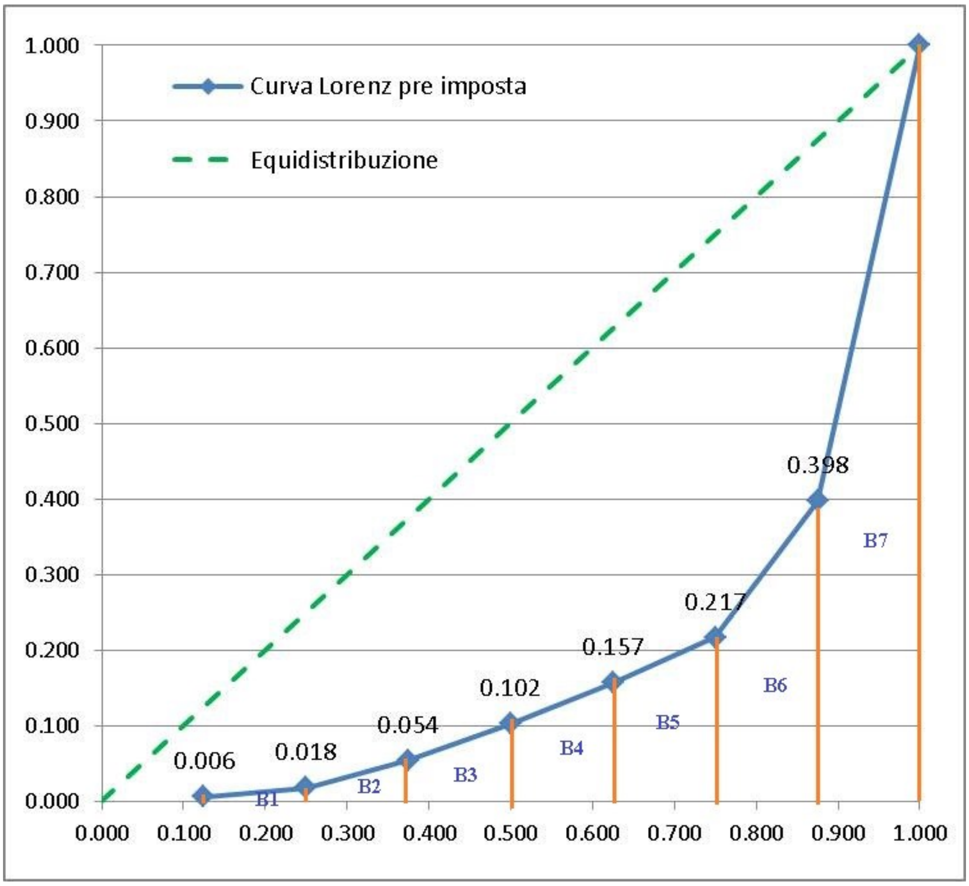
L'Indice di Gini è calcolato come il rapporto tra l'area compresa tra la bisettrice (la linea di uguaglianza perfetta, retta a 45°) e la curva di Lorenz (A), e l'area del triangolo sottesa alla bisettrice (A+B). Per trovare l'indice di Gini (G) di una determinata distribuzione dei redditi si dimostra che equivalente calcolarlo con questa formula G = $1-2B$.

Dove B è l'area sottesa dalla Curva di Lorenz pari alla somma dei trapezi rettangoli che hanno per vertici di un lato obliquo i punti che formano la Curva di Lorenz (B1+B2+…+B7).

per ogni singolo trapezio rettangolo possiamo calcolare la base minore (b) pari alla quota cumulata del reddito di un punto, la base maggiore (B) la quota cumulata del reddito del punto successivo e infine l'altezza (h) come differenza tra le quote cumulate della popolazione tra i due punti. L'area del trapezio rettangolo si trova moltiplicando la somma di base maggiore e base minore per l'altezza, dividendo il tutto per 2: $\frac{(B+b)*h}{2}$

Ad esempio l'area di B1 ha come vertici del lato obliquo (0,125; 0,006) e (0,25; 0,018). La base minore di questo trapezio è 0,006 mentre la base maggiore 0,018, l'altezza è la differenza tra le due ascisse dei punti: 0,25-0,125 = 0,125.

L'area di B1 è pari quindi a: $\frac{(B+b)*h}{2} = \frac{(0.018+0.06)*0.125}{2} = 0.0015$



In questo modo possiamo calcolare le aree dei singoli trapezi prima dell'imposta:

				Pre imposta			
n.	**Quota popolazione cumulata (7)**	**Quota reddito cumulato (8)**	**Area n.**	**Base maggiore**	**Base minore**	**Altezza**	**Area**
1	0,125	0,006	**B1**	0,018	0,006	0,125	0,002
2	0,25	0,018	**B2**	0,054	0,018	0,125	0,005
3	0,375	0,054	**B3**	0,102	0,054	0,125	0,010
4	0,5	0,102	**B4**	0,157	0,102	0,125	0,016
5	0,625	0,157	**B5**	0,217	0,157	0,125	0,023
6	0,75	0,217	**B6**	0,398	0,217	0,125	0,038
7	0,875	0,398	**B7**	1,000	0,398	0,125	0,087
8	1	1,000					
Totale						**B_pre**	**0.181**

La somma dei trapezi prima dell'imposta (B_pre) è pari a 0,181, quindi l'Indice di Gini prima dell'imposta (G_pre) è pari a: $1 - 2B_{pre} = 1 - 2 * 0{,}181 = 0{,}638$

Le aree dei singoli trapezi dopo l'imposta sono invece pari a:

				Post imposta			
n.	**Quota popolazione cumulata (7)**	**Quota reddito cumulato post imposta (10)**	**Area n.**	**Base maggiore**	**Base minore**	**Altezza**	**Area**
1	0,125	0,008	**B1**	0,023	0,008	0,125	0,002
2	0,25	0,023	**B2**	0,070	0,023	0,125	0,006
3	0,375	0,070	**B3**	0,131	0,070	0,125	0,013
4	0,5	0,131	**B4**	0,201	0,131	0,125	0,021
5	0,625	0,201	**B5**	0,278	0,201	0,125	0,030
6	0,75	0,278	**B6**	0,485	0,278	0,125	0,048
7	0,875	0,485	**B7**	1	0,485	0,125	0,093
8	1	1					
Totale						**B_post**	**0,212**

La somma dei trapezi dopo l'imposta (B_post) è pari a 0,212, quindi l'Indice di Gini prima dell'imposta (G_pre) è pari a: $1 - 2B_{post} = 1 - 2 * 0{,}212 = 0{,}576$

Ora possiamo trovare l'Indice di Reynolds-Smolenski che si trova come differenza tra l'indice di Gini prima dell'imposta (G_{pre}) e dopo l'imposta (G_{post}):

$$Indice\ di\ Reynolds - Smolenski\ (R) = G_{pre} - G_{post} = 0{,}638 - 0{,}576 = 0{,}062$$

Possiamo affermare che c'è stata una redistribuzione dei redditi in quanto l'indice di Gini è diminuito dopo l'imposta (l'Indice si è avvicinato di più verso la soglia di equidistribuzione che sussiste quando Indice è pari 0) oppure vedendo che l'Indice di Reynolds-Smolenski è positivo, in questo secondo caso siamo anche in grado di quantificare l'ampiezza di questa redistribuzione dei redditi.