



Università degli Studi di Ferrara
Corso di Economia Pubblica

ESERCITAZIONE – EFFETTI DELLE IMPOSTE SULLE DECISIONI DI CONSUMO Testo e soluzioni

Esercizio 1

Data la funzione di utilità di un consumatore:

$$(1.1) U = x \cdot y$$

Ed il vincolo di bilancio:

$$(1.2) 2x + y = 20$$

Determinare:

- la scelta ottimale e il valore dell'utilità;
- supponendo che il governo decida un'imposizione fiscale del 20% sul prezzo del bene x determinare la nuove quantità domandate di x e y ed il nuovo livello di utilità;
- determinare la perdita di benessere associata all'utilizzo di un'imposta distorsiva sul bene x a parità di gettito;
- determinare la variazione di gettito nel caso di utilizzo di un'imposta non distorsiva rispetto ad una distorsiva a parità di perdita di utilità.

SOLUZIONE

Esercizio 1

a) Esplicitando la x nell'equazione (1.2):

$$(1.3) x = \frac{20-y}{2}$$

Sostituendo l'equazione (1.3) nella (1.1):

$$U = \frac{20-y}{2} \cdot y$$

$$(1.4) U = \frac{1}{2}(20y - y^2)$$

Massimizzando l'equazione (1.4), rispetto a y , si trova la quantità ottima del bene y (y^*):

$$\max_y U$$

$$\frac{dU}{dy} = \frac{1}{2}(20 - 2y) = 0$$

$$y^* = 10$$

Sostituendo la quantità ottima del bene y nell'equazione (1.3), si trova la quantità ottima del bene x (x^*):

$$x^* = \frac{20 - y^*}{2}$$

$$x^* = \frac{20 - 10}{2} = 5$$

Il valore dell'utilità (in assenza di tassazione) U_{NT} si trova sostituendo nella funzione di utilità (1.1) i valori ottimi di x e y :

$$U_{NT} = x^* \cdot y^* = 5 \cdot 10 = 50$$

b) Sapendo che il vincolo di bilancio è così costruito:

$$p_x x + p_y y = m$$

Possiamo ricavare dall'equazione (1.2) che il prezzo del bene x (p_x) è pari a 2 e che il prezzo del bene y (p_y) è pari a 1.

Introducendo un'imposta del 20% sul prezzo del bene x , il prezzo del bene tassato (p_x^T) diventa:

$$p_x^T = p_x(1 + t) = 2(1 + 0,2) = 2,4$$

Il vincolo di bilancio si trasforma nel seguente modo:

$$p_x^T x + p_y y = m$$

$$(1.5) \quad 2,4x + y = 20$$

Dall'equazione (1.5) si ricava l'equazione (1.6):

$$2,4x = 20 - y$$

$$(1.6) \quad x = \frac{20 - y}{2,4}$$

Sostituendo l'equazione (1.6) nella (1.1):

$$U = \frac{20 - y}{2,2} \cdot y$$

$$(1.7) \quad U = \frac{1}{2,2}(20y - y^2)$$

Massimizzando l'equazione (1.7), rispetto a y , si trova la quantità ottima del bene y in presenza di tassazione (y_T^*):

$$\max_y U$$

$$\frac{dU}{dy} = \frac{1}{2,2}(20 - 2y) = 0$$

$$(9,09 - 0,90y) = 0$$

$$y_T^* = 10$$

Sostituendo la quantità ottima del bene y nell'equazione (1.5), si trova la quantità ottima del bene x in presenza di tassazione (y_T^*):

$$x_T^* = \frac{20 - y_T^*}{2,2}$$

$$x_T^* = \frac{20 - 10}{2,2} = 4,54$$

Il valore dell'utilità in presenza di imposte (U_T) si trova sostituendo nella funzione di utilità (1.1) i valori ottimi di x e y :

$$U_T = x_T^* \cdot y_T^* = 4,54 \cdot 10 = 45,45$$

c) La differenza tra l'utilità in assenza di tassazione (U_{NT}) e con imposta (U_T) è pari a:

$$\Delta U = U_{NT} - U_T = 50 - 45,45 = 4,54$$

Il gettito (T) ottenuto dall'introduzione della tassazione è pari quindi a:

$$T = t \cdot x_T^* = 0,2 \cdot 4,54 = 0,90$$

Il livello di utilità a cui si arriva applicando un'imposta in somma fissa pari a $0,90$, si trova massimizzando la funzione di utilità sotto il nuovo vincolo di bilancio:

$$2x + y = 20 - T$$

$$2x + y = 20 - 0,90$$

$$2x + y = 19,09$$

$$(1.8) y = 19,09 - 2x$$

Sostituendo l'equazione (1.8) nella (1.1):

$$U = x \cdot (19,09 - 2x)$$

$$(1.9) U = 19,09x - 2x^2$$

Massimizzando l'equazione (1.9), rispetto a x , si trova la quantità ottima del bene x in presenza di tassazione in somma fissa (x_{TL}^*):

$$\max_x U$$

$$\frac{dU}{dx} = 19,09 - 4x = 0$$

$$x = \frac{19,09}{4}$$

$$x_{TL}^* = 4,772$$

Si noti come $x_{TL}^*(4,772)$ sia maggiore di $x_T^*(4,54)$.

Sostituendo x_{TL}^* nell'equazione (1.8):

$$y_{TL}^* = 19,09 - 2x_{TL}^*$$

$$y_{TL}^* = 19,09 - 2 \cdot 4,772$$

$$y_{TL}^* = 9,54$$

Sostituendo i valori ottimi nella funzione di utilità (1.1):

$$U_{TL} = x_{TL}^* \cdot y_{TL}^*$$

$$U_{TL} = 4,772 \cdot 9,54 = 45,56$$

Essendo:

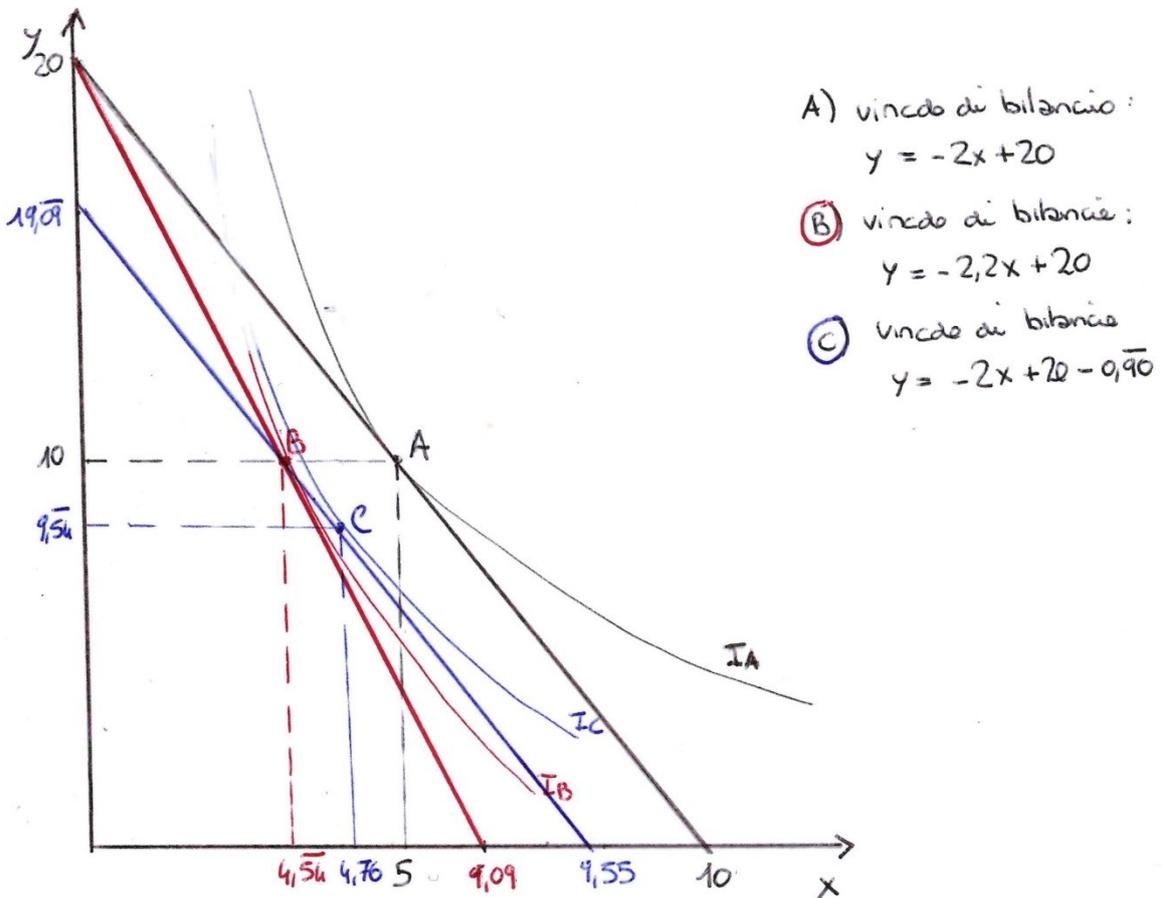
$$U_{TL} = 45,56 > U_T = 45,45$$

con la tassazione *lump sum* si ottiene lo stesso gettito $(0, 90)$ rimanendo su un livello di utilità superiore $(U_{TL} > U_T)$.

La perdita di benessere dovuta all'effetto sostituzione è quindi pari a:

$$U_{TL} - U_T = 45,56 - 45,45 = 0,11$$

Figura 1



d) Ci si può interrogare su quale sia il gettito dell'imposta a somma fissa che permetta di avere un livello di utilità pari a $45, \overline{45}$.

Al vincolo di bilancio si aggiunge la nuova incognita T :

$$(1.9) \quad 2x + y = 20 - T$$

Dall'equazione (1.9) si ricava l'equazione (1.10):

$$(1.10) \quad y = 20 - T - 2x$$

Sostituendo l'equazione (1.10) nella (1.1):

$$U = x(20 - T - 2x)$$

$$(1.11) \quad U = 20x - Tx - 2x^2$$

Massimizzando l'equazione (1.11), rispetto a x , si trova la quantità ottimale del bene x :

$$\max_x U$$

$$\frac{dU}{dx} = 20 - T - 4x = 0$$

$$4x = 20 - T$$

$$x^* = \frac{20 - T}{4}$$

Sostituendo la quantità ottimale del bene x nell'equazione (1.10), si trova la quantità ottimale del bene y :

$$y^* = 20 - T - 2x^*$$

$$y^* = 20 - T - 2 \cdot \left(\frac{20 - T}{4} \right)$$

$$y^* = 20 - T - \frac{40}{4} + \frac{2T}{4}$$

$$y^* = 20 - T - 10 + \frac{T}{2}$$

$$y^* = \frac{40 - 2T - 20 + T}{2}$$

$$y^* = \frac{20 - T}{2}$$

Sostituendo le quantità ottimali nella funzione di utilità e volendo raggiungere un livello di utilità pari a $45,56$:

$$U = x^* \cdot y^* = 45, \overline{45}$$

$$U = \left(\frac{20 - T}{4} \right) \cdot \left(\frac{20 - T}{2} \right) = 45, \overline{45}$$

$$\frac{(20 - T)^2}{8} = 45, \overline{45}$$

$$(20 - T)^2 = 363, \overline{63}$$

$$T^2 - 40T + 400 = 363,63$$

$$T^2 - 40T + 36,36 = 0$$

$$T_{1,2} = \frac{40 \pm \sqrt{1600 - 4 \cdot 36,36}}{2}$$

$$T_{1,2} = \frac{40 \pm 38,1385}{2}$$

$$T_2 = \frac{40 + 38,1385}{2} = 39,07$$

$$T_1 = \frac{40 - 38,1385}{2} = 0,93$$

Rifiuto la soluzione T_2 perché superiore al reddito disponibile (20), il gettito dell'imposta in somma fissa che permetta di avere un livello di utilità $45,45$ è pari a 0,93.

Figura 2

