Università degli Studi di Ferrara
Corso di Economia Pubblica

ESERCITAZIONE – EFFETTI DELLE IMPOSTE SULLE DECISIONI DI CONSUMO
Testo e soluzioni

<u>Esercizio 1</u>

Data la funzione di utilità di un consumatore:

(1.1) $U = x \cdot y$

Ed il vincolo di bilancio:

(1.2) $2x + y = 20$

Determinare:

a) la scelta ottima di *x* e *y* e il valore dell'utilità;

b) supponendo che il governo decida un'imposizione fiscale del 10% sul prezzo del bene *x* determinare la nuove quantità domandate di *x* e *y* ed il nuovo livello di utilità;

c) determinare la perdita di benessere associata all'utilizzo di un'imposta distorsiva sul bene *x* rispetto ad una imposta non distorsiva che permetta di raccogliere lo stesso gettito;

d) determinare la variazione di gettito nel caso di utilizzo di un'imposta non distorsiva rispetto ad una distorsiva a parità di perdita di utilità.

SOLUZIONE

<u>Esercizio 1</u>

a) Esplicitando la *x* nell'equazione (1.2):

$$(1.3)\ x = \frac{20-y}{2}$$

Sostituendo l'equazione (1.3) nella (1.1):

$$U = \frac{20-y}{2} \cdot y$$

$$(1.4)\ U = \frac{1}{2}(20y - y^2)$$

Massimizzando l'equazione (1.4), rispetto a *y*, si trova la quantità ottima del bene *y* (y^*):

$$\max_y U$$

$$\frac{dU}{dy} = \frac{1}{2}(20 - 2y) = 0$$

$$y^* = 10$$

Sostituendo la quantità ottima del bene *y* nell'equazione (1.3), si trova la quantità ottima del bene x (x^*):

$$x^* = \frac{20 - y^*}{2}$$

$$x^* = \frac{20 - 10}{2} = 5$$

Il valore dell'utilità (in assenza di tassazione) U_{NT} si trova sostituendo nella funzione di utilità (1.1) i valori ottimi di *x* e *y*:

$$U_{NT} = x^* \cdot y^* = 5 \cdot 10 = 50$$

b) Sapendo che il vincolo di bilancio è così costruito:

$$p_x x + p_y y = m$$

Possiamo ricavare dall'equazione (1.2) sapendo che il prezzo del bene *x* (p_x) è pari a 2 e che il prezzo del bene *y* (p_y) è pari a 1.

Introducendo un'imposta del 20% sul prezzo del bene *x*, il prezzo del bene tassato (p_x^T) diventa:

$$p_x^T = p_x(1 + t) = 2(1 + 0{,}1) = 2{,}2$$

Il vincolo di bilancio si trasforma nel seguente modo:

$$p_x^T x + p_y y = m$$

$$(1.5) \qquad 2{,}2x + y = 20$$

Dall'equazione (1.5) si ricava l'equazione (1.6):

$$2{,}2x = 20 - y$$

$$(1.6)\ x = \frac{20 - y}{2{,}2}$$

Sostituendo l'equazione (1.6) nella (1.1):

$$U = \frac{20 - y}{2{,}2} \cdot y$$

$$(1.7)\ U = \frac{1}{2{,}2}(20y - y^2)$$

Massimizzando l'equazione (1.7), rispetto a *y*, si trova la quantità ottima del bene *y* in presenza di tassazione (y_T^*):

$$\max_y U$$

$$\frac{dU}{dy} = \frac{1}{2{,}2}(20 - 2y) = 0$$

$$(9{,}\overline{09} - 0.\overline{90}y) = 0$$

$$y_T^* = 10$$

Sostituendo la quantità ottima del bene *y* nell'equazione (1.5), si trova la quantità ottima del bene *x* in presenza di tassazione (y_T^*):

$$x_T^* = \frac{20 - y_T^*}{2{,}2}$$

$$x_T^* = \frac{20 - 10}{2{,}2} = 4,\overline{54}$$

Il valore dell'utilità in presenza di imposte (U_T) si trova sostituendo nella funzione di utilità (1.1) i valori ottimi di *x* e *y*:

$$U_T = x_T^* \cdot y_T^* = 4,\overline{54} \cdot 10 = 45,\overline{45}$$

c) La differenza tra l'utilità in assenza di tassazione (U_{NT}) e con imposta (U_T) è pari a:

$$\Delta U = U_{NT} - U_T = 50 - 45,\overline{45} = 4,\overline{54}$$

Il gettito (*T*) ottenuto dall'introduzione della tassazione è pari quindi a:

$$T = t \cdot x_T^* = 0{,}2 \cdot 4,\overline{54} = 0,\overline{90}$$

Il livello di utilità a cui si arriva applicando un'imposta in somma fissa pari a $0,\overline{90}$, si trova massimizzando la funzione di utilità sotto il nuovo vincolo di bilancio:

$$2x + y = 20 - T$$

$$2x + y = 20 - 0,\overline{90}$$

$$2x + y = 19,\overline{09}$$

$$\text{(1.8) } y = 19,\overline{09} - 2x$$

Sostituendo l'equazione (1.8) nella (1.1):

$$U = x \cdot (19,\overline{09} - 2x)$$

$$\text{(1.9) } U = 19,\overline{09}x - 2x^2$$

Massimizzando l'equazione (1.9), rispetto a *x*, si trova la quantità ottima del bene *x* in presenza di tassazione in somma fissa (x_{TL}^*):

$$\max_x U$$

$$\frac{dU}{dx} = 19,\overline{09} - 4x = 0$$

$$x = \frac{19,\overline{09}}{4}$$

$$x_{TL}^* = 4{,}7\overline{72}$$

Si noti come $x_{TL}^*(4{,}7\overline{72})$ sia maggiore di $x_T^*(4,\overline{54})$.

Sostituendo x_{TL}^* nell'equazione (1.8):

$$y_{TL}^* = 19,\overline{09} - 2x_{TL}^*$$

$$y_{TL}^* = 19,\overline{09} - 2 \cdot 4{,}7\overline{72}$$

$$y_{TL}^* = 9,\overline{54}$$

Sostituendo i valori ottimi nella funzione di utilità (1.1):

$$U_{TL} = x^*_{TL} \cdot y^*_{TL}$$
$$U_{TL} = 4{,}7\overline{72} \cdot 9,\overline{54} = 45{,}56$$

Essendo:

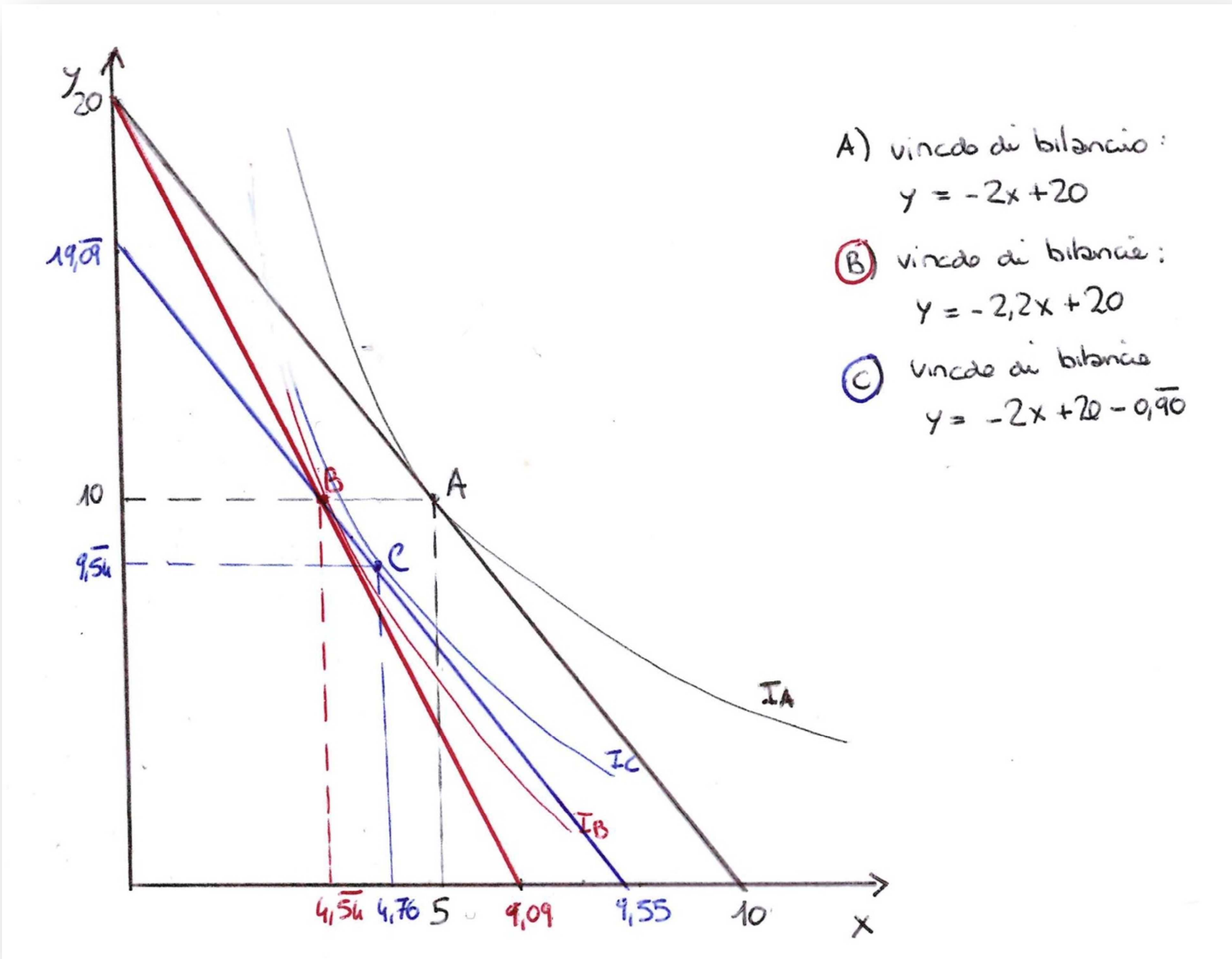
$$U_{TL} = 45{,}56 > U_T = 45,\overline{45}$$

con la tassazione *lump sum* si ottiene lo stesso gettito ($0,\overline{90}$) rimanendo su un livello di utilità superiore ($U_{TL} > U_T$).

La perdita di benessere dovuta all'effetto sostituzione è quindi pari a:

$$U_{TL} - U_T = 45{,}56 - 45,\overline{45} = 0{,}11$$

Figura 1



d) Ci si può interrogare su quale sia il gettito dell'imposta a somma fissa che permetta di avere un livello di utilità pari a $45,\overline{45}$.

Al vincolo di bilancio si aggiunge la nuova incognita *T*:

$$(1.9)\ 2x + y = 20 - T$$

Dall'equazione (1.9) si ricava l'equazione (1.10):

$$(1.10)\ y = 20 - T - 2x$$

Sostituendo l'equazione (1.10) nella (1.1):

$$U = x(20 - T - 2x)$$

$$(1.11)\ U = 20x - Tx - 2x^2$$

Massimizzando l'equazione (1.11), rispetto a *x*, si trova la quantità ottimale del bene *x:*

$$\max_x U$$

$$\frac{dU}{dx} = 20 - T - 4x = 0$$

$$4x = 20 - T$$

$$x^* = \frac{20 - T}{4}$$

Sostituendo la quantità ottimale del bene *x* nell'equazione (1.10), si trova la quantità ottimale del bene *y*:

$$y^* = 20 - T - 2x^*$$

$$y^* = 20 - T - 2 \cdot \left(\frac{20 - T}{4}\right)$$

$$y^* = 20 - T - \frac{40}{4} + \frac{2T}{4}$$

$$y^* = 20 - T - 10 + \frac{T}{2}$$

$$y^* = \frac{40 - 2T - 20 + T}{2}$$

$$y^* = \frac{20 - T}{2}$$

Sostituendo le quantità ottimali nella funzione di utilità e volendo raggiungere un livello di utilità pari a 45,56:

$$U = x^* \cdot y^* = 45,\overline{45}$$

$$U = \left(\frac{20 - T}{4}\right) \cdot \left(\frac{20 - T}{2}\right) = 45,\overline{45}$$

$$\frac{(20 - T)^2}{8} = 45,\overline{45}$$

$$(20 - T)^2 = 363,\overline{63}$$

$$T^2 - 40T + 400 = 363,\overline{63}$$

$$T^2 - 40T + 36,\overline{36} = 0$$

$$T_{1,2} = \frac{40 \pm \sqrt{1600 - 4 \cdot 36,\overline{36}}}{2}$$

$$T_{1,2} = \frac{40 \pm 38{,}1385}{2}$$

$$T_2 = \frac{40 + 38{,}1385}{2} = 39{,}07$$

$$T_1 = \frac{40 - 38{,}1385}{2} = 0{,}93$$

Rifiuto la soluzione T_2 perché superiore al reddito disponibile (20), il gettito dell'imposta in somma fissa che permetta di avere un livello di utilità $45,\overline{45}$ è pari a 0,93.

Figura 2